บทที่ 6 วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

วัตถุประสงค์

1. แนะนำเข้าสู่วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ สัญญาณของแหล่งจ่ายไฟกระแสสลับ และอุปกรณ์ที่ใช้ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ
2. เครื่องมือวิเคราะห์พื้นฐานในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ
3. เตรียมเข้าสู่เรื่องของการวิเคราะห์ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่ซับซ้อนขึ้นต่อๆ ไป

จากส่วนแรก ของวิชานี้ เป็นวงจรไฟฟ้ากระแสตรง (Direct current: DC) สัญญาณแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้า คงที่ไม่ขึ้นอยู่กับเวลา แต่ในบทนี้จะเป็นเรื่องของวงจรไฟฟ้าที่ทั้งกระแสและแรงดันไฟฟ้าจะแปรผันตามเวลา (Alternating current: AC) เป็นฟังก์ชันของเวลา ซึ่งโดยทั่วไปจะอ้างอิงที่รูปของสัญญาณ sine and cosine waves ซึ่งจะแปรตามเวลาที่เปลี่ยนแปลงไป

6.1 สัญญาณ sine

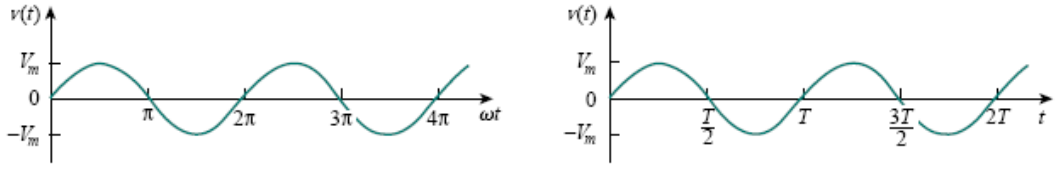
รูปทั่วไปของสัญญาณไซน์ ในรูปของสัญญาณจากแหล่งจ่าย คือ

$$v(t) = V_m \sin \omega t$$

โดยที่ V_m คือ ขนาดแอมปลิจูดของสัญญาณ ω คือ อัตราเร็วเชิงมุม (rad/s) และ t คือเวลามีหน่วยเป็น วินาที อัตราเร็วเชิงมุมสามารถหาได้จาก

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{1}{T}$$

f ความถี่ของสัญญาณ และ T คาบเวลาของสัญญาณ สัญญาณ sine สามารถวาดออกมาในรูปของสัญญาณคลื่นในระหว่างขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่ มุมใดๆ ดังแสดงในรูป a และที่เวลาใดๆ ในรูป b



จะเห็นได้ว่าที่เวลา t+nT ใดๆ ค่าแรงดันมีค่าเท่ากันตลอดที่ n เป็นจำนวนเต็ม ซึ่งจะเป็นคุณสมบัติของสัญญาณที่เป็นฟังก์ชันคาบ (periodic function) f(t) = f(t+nT)

ในรูปทั่วไปของสัญญาณ sine มีหลายละเอียดมากขึ้นคือ

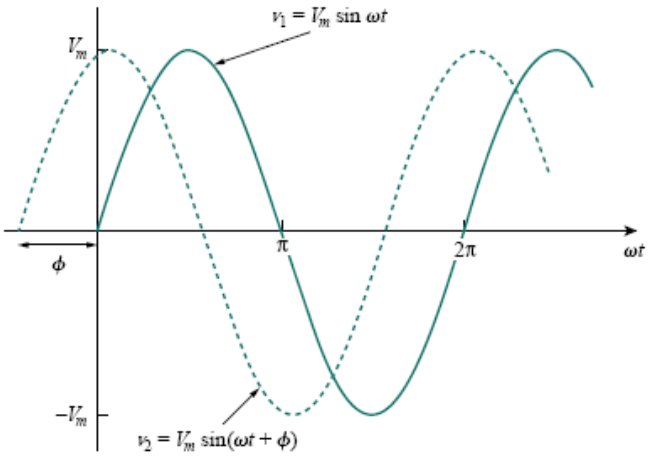
$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \phi)$$

โดยที่ ϕ คือ เฟส มีหน่วยเป็น เรเดียนหรือองศา ดังตัวอย่างของสองสัญญาณนี้

$$v_1(t) = V_m \sin \omega t$$

$$v_2(t) = V_m \sin(\omega t + \phi)$$

สัญญาณทั้งสองนี้มีความต่างมุมหรือเฟสกันอยู่ ϕ โดยที่ v_2 จะนำหน้า leads สัญญาณ v_1 เป็นมุม ϕ เรเดียนหรือ องศา



คุณสมบัติของฟังก์ชันไซน์ที่จำเป็นและจะใช้เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์และคำนวณอยู่ตลอดได้แก่

6.2 Phasors

ลักษณะของสัญญาณที่เป็นลักษณะของไซน์นั้น จะเป็นการสะดวกและง่ายเมื่ออยู่ในรูปของ Phasor กว่าในรูปของจอง sine and cosine รูปของ Phasor นั้นแทนด้วย จำนวนเชิงซ้อน ซึ่งจะเป็นการนำเสนอถึงขนาดและเฟสของสัญญาณไซน์ในรูป rectangular form

$$z = x + jy$$

ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของโพลาร์และ exponential เป็น

$$z = x + jy = r\angle\phi = re^{j\phi}$$

ซึ่งความสัมพันธ์ทั้งสามรูปแบบคือ

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \phi = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$

$$x = r\cos\phi \qquad y = r\sin\phi$$

จะเห็นว่าทั้งสามรูปแบบนี้เป็นการนำเสนอค่าเดียวกัน แต่จะเห็นว่าแต่ละรูปแบบจะมีความเหมาะสมกับการนำไปใช้ตัวอย่างเช่น การบวก ลบ คูณ หาร การหาส่วนกลับ การถอดราก Complex conjugate.....

จาก Euler's identity $e^{\pm j\phi} = \cos\phi + j\sin\phi$ ซึ่งจะได้ว่า

$$\cos\phi = \mathrm{Re}(e^{j\phi})$$

$$\sin\phi = \mathrm{Im}(e^{j\phi})$$

ซึ่งจากค่าแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับที่ได้เห็นในรูปทั่วไปและจากส่วนของจำนวนจริงและจินตภาพจึงได้ความสัมพันธ์กับ exponential form เป็น

$$v(t) = V_m\cos(\omega t + \phi) = \mathrm{Re}\left(V_m e^{j(\omega t+\phi)}\right)$$

$$v(t) = \mathrm{Re}\left(V_m e^{j\omega t}e^{j\phi}\right)$$

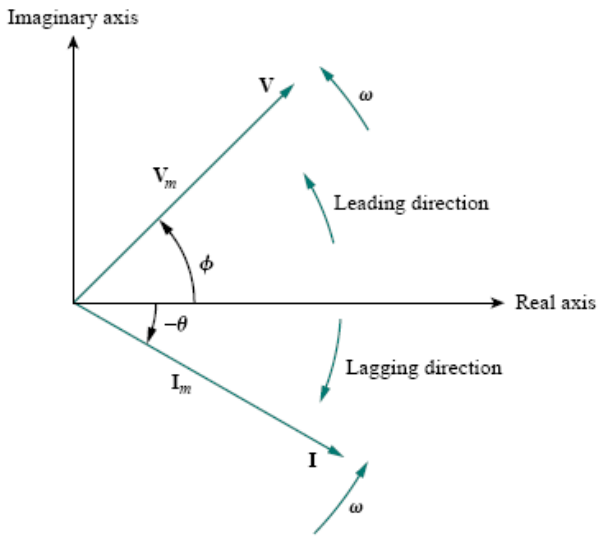
ดังนั้น

$$v(t) = \mathrm{Re}\left(\overline{V}e^{j\omega t}\right)$$

โดยที่

$\overline{V} = V_m e^{j\phi} = V_m\angle\phi$ เป็นรูปแบบของแรงดันไฟฟ้าที่อยู่ในรูป Phasor

ซึ่ง v(t) จากข้างต้นจะเป็นการแสดงค่าแรงดันไฟฟ้าใน time domain แต่ที่จะใช้ในการวิเคราะห์ต่อไปโดยส่วนใหญ่เพราะด้วยรูปแบบที่น่าจะสะดวกกว่าในการคำนวณ ดังนั้นจะต้องบอกตัวเองอยู่ตลอดเวลาว่าไม่ว่าจะใช้รูปแบบใด ในการวิเคราะห์ก็คือเราใช้สิ่งเดียวกันโดยความสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบต่างดังที่กล่าวมาแล้ว และสามารถแทนกันได้ไม่ว่าจะเป็นรูปแบบใด



ตัวอย่างของ Phasors จะถูกวาดอยู่ในรูปของแกน X: จำนวนจริง Y: จำนวนจินตภาพ ดังรูปข้างซ้ายมือ ซึ่งจะเรียกว่า Phasor Diagram โดยที่ $\overline{V} = V_m\angle\phi$ และ $\overline{I} = I_m\angle-\theta$ พร้อมทั้งแสดงทิศทางและตำแหน่งของการ นำหรือตามกัน (leafing or lagging of phase) จากรูป กระแสจะตามแรงดันอยู่ $\phi + \theta$ เรเดียน

และสังเกตว่า Phasor diagram นี้จะมีอัตราเร็วเชิงมุมอยู่ ω เรเดียนต่อวินาที (*ห้ามลืมเด็ดขาดที่จะต้องคำนึงถึงอยู่*)

รูปโดยทั่วไปของความสัมพันธ์ระหว่าง Time-domain and Phasor-domain(Frequency domain) คือ

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi) \Leftrightarrow \overline{V} = V_m \angle \phi$$

ดังนั้น ในการที่จะแปลงรูปจาก Time-domain ไปเป็น Phasor-domain นั้นจะต้องจัดให้ อยู่ในรูปข้างต้นก่อน คือ ใน Time-domain นั้นจะต้องให้เป็นฟังก์ชัน Cosine เท่านั้น

เช่น

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \phi) = V_m \cos(\omega t + \phi - 90)$$
$$\overline{V} = V_m \angle \phi - 90$$

ในการวิเคราะห์เพิ่มเติมก็คือการวิเคราะห์รูปแบบของฟังก์ชัน Differential and integral (จากองค์ประกอบวงจรที่เป็น reactance parts: R and C)

$$\frac{dv(t)}{dt} = -\omega V_m \sin(\omega t + \phi) = \omega V_m \cos(\omega t + \phi + 90)$$
$$= \mathrm{Re}\left(\omega V_m e^{j\omega t} e^{j\phi} e^{j90}\right) = \mathrm{Re}\left(j\omega \overline{V} e^{j\omega t}\right)$$

ซึ่งจะแสดงให้เห็นว่า

$$\underset{\text{Time domain}}{\frac{dv(t)}{dt}} \Leftrightarrow \underset{\text{Phasor domain}}{j\omega \overline{V}}$$

$$\underset{\text{Time domain}}{\int v dt} \Leftrightarrow \underset{\text{Phasor domain}}{\frac{\overline{V}}{j\omega}}$$

ข้อสังเกตที่ต้องเข้าใจและจำไว้เสมอสำหรับไฟฟ้ากระแสสลับกับเฟสเซอร์

1 v(t) เป็นค่าที่แสดงในโดเมนเวลา แต่ $\overline{V}$ เป็นค่าที่แสดงในโดเมนความถี่ หรือ เฟสเซอร์

2 v(t) จะแปรผันตามเวลาตามรูปสัญญาณไซน์ แต่ $\overline{V}$ จะเป็นอิสระต่อเวลา

3 v(t) จะมีเฉพาะค่าจริง แต่ $\overline{V}$ จะเป็นจำนวนเชิงซ้อน(ซึ่งรวมรูปโพลาร์และ exponential ด้วย)

ตัวอย่าง จงหาผลบวกของ Phasor เหล่านี้ และสมมติว่าเป็นแรงดันไฟฟ้าที่ความถี่ 50 Hz จงเขียนค่าแรงดันไฟฟ้าในโดเมนเวลา

(a) $\sqrt{40\angle 50^\circ + 20\angle -30^\circ}$

$$\sqrt{40\cos 50 + j40\sin 50 + 20\cos(-30) + j20\sin(-30)} = \sqrt{43.03 + j20.64}$$
$$= \sqrt{47.72\angle 25.6^\circ} = \overline{V} = \sqrt{47.72} e^{j25.6/2} = 6.91 e^{j12.8}$$
$$v(t) = \mathrm{Re}\left\{\overline{V} e^{2\pi 50 t}\right\} = \mathrm{Re}\left\{6.91 e^{j12.8} e^{j2\pi 50 t}\right\}$$
$$= \mathrm{Re}\left\{6.91\cos(100\pi t + 12.8) + j6.91\sin(100\pi t + 12.8)\right\}$$
$$= 6.91\cos(100\pi t + 12.8)$$

(b) $\dfrac{10\angle -30^\circ + (3 - j4)}{(2 + j4)(3 - j5)^*}$

$$\frac{10[\cos(-30) + j\sin(-30)] + (3 - j4)}{(2 + j4)(3 + j5)} = \frac{11.66 - j9}{4.47\angle 63.4^\circ \times 5.83\angle 59^\circ}$$
$$= \frac{14.73\angle -37.7^\circ}{26.06\angle 122.4}$$
$$= 0.565\angle -160.1$$
$$v(t) = \mathrm{Re}\left\{\overline{V} e^{100\pi t}\right\} = 0.565\cos(100\pi t - 160.1)$$

ตัวอย่าง จงหา Phasor ของ สัญญาณทางเวลาเหล่านี้

(a) $v(t) = -7\cos(2t + 40)$

$$v(t) = \text{Re}\{e^{j180}7e^{j2t}e^{j40}\}$$
$$= \text{Re}\{7e^{j220}e^{j2t}\} = \text{Re}\{\overline{V}e^{j2t}\}$$

$$\overline{V} = 7e^{j220} = 7\angle 220^\circ = 7\cos(220) + j7\sin(220) = -5.36 - j4.5$$

(b) $i(t) = 4\sin(10t + 10^\circ)$

$$= 4\cos(10t + 10^\circ - 90^\circ) = 4\cos(10t - 80^\circ)$$
$$= \text{Re}\{4e^{-j80}e^{j10t}\} = \text{Re}\{\overline{V}e^{j10t}\}$$

$$\overline{V} = 4e^{-80j} = 4\angle -80^\circ = 4\cos(-80) + j4\sin(-80) = 0.695 - 3.939j$$

ตัวอย่าง จงหาสัญญาณไซน์จากเฟสเซอร์เหล่านี้

(a) $\overline{V} = -10\angle 30^\circ$

$$v(t) = \text{Re}\{e^{180j}10e^{j30}e^{j\omega t}\} = \text{Re}\{10e^{j(\omega t+210)}\}$$
$$= \text{Re}\{10\cos(\omega t + 210) + 10j\sin(\omega t + 210)\}$$
$$= 10\cos(\omega t + 210)$$

(b) $\overline{I} = j(5 - j12)$

$$i(t) = \text{Re}\left\{e^{j90}\sqrt{5^2 + 12^2}\angle \tan^{-1}\left(\frac{-12}{5}\right)e^{j\omega t}\right\}$$
$$= \text{Re}\{e^{j90}13e^{-67.4j}e^{j\omega t}\} = \text{Re}\{13e^{j(\omega t+22.6)}\}$$
$$= 13\cos(\omega t + 22.6)$$

ตัวอย่าง จงหาค่า v(t) จากสมการอนุพันธ์ข้างล่างนี้

$2\frac{dv}{dt} + 5v + 10\int v\,dt = 20\cos(5t - 30^\circ)$ ทำให้อยู่ในรูปเฟสเซอร์เพื่อให้ได้ง่ายต่อการพิจารณา

$$2j\omega\overline{V} + 5\overline{V} + \frac{10}{j\omega}\overline{V} = 20\angle -30 \qquad \omega t = 5t :\Rightarrow \omega = 5$$
$$(10j + 5 - j2)\overline{V} = 20j\angle -30$$
$$\overline{V} = \frac{20\angle -30}{(5 + 8j)} = \frac{20\angle -30}{9.43\angle 58} = 2.12j\angle -88^\circ$$

$$v(t) = \text{Re}\{2.12e^{-88j}e^{5t}\} = \text{Re}\{2.12e^{j(\omega t-88)}\}$$
$$= 2.12\cos(5t - 88)$$

6.3 Phasors กับองค์ประกอบในวงจรไฟฟ้า

ค่าแรงดันไฟฟ้าและกระแสของไฟฟ้ากระแสสลับได้มีการนำเสนอในโดเมนความถี่แล้ว ตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุไฟฟ้า ก็มีการเขียนค่าเหล่านี้ในโดเมนของความถี่ได้เป็น

	โดเมนเวลา	โดเมนความถี่
ตัวต้านทาน	$v = Ri$	$\overline{V} = R\overline{I}$
ขดลวดตัวเหนี่ยวนำ	$v = L\frac{di}{dt}$	$\overline{V} = j\omega L\overline{I}$

ตัวเก็บประจุไฟฟ้า $i = C\dfrac{dv}{dt}$ $\quad\quad$ $\overline{V} = \dfrac{\overline{I}}{j\omega C}$

สมมติว่า $i = I_m \cos(\omega t + \phi)$ ดังนั้น

$v = Ri = RI_m \cos(\omega t + \phi)$ ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูป Phasor or Frequency domain เป็น

$$\overline{V} = RI_m \angle\phi \quad \overline{V} = R\overline{I} \text{ โดยที่ } \overline{I} = I_m \angle\phi$$

ตัวอย่าง จงหาค่ากระแสที่ไหลผ่านในคาปาซิเตอร์ 50 MicroFarad โดยมีต่ออยู่กับแรงดันไฟฟ้า $v = 6\cos(100t - 30^\circ)$

หาจาก โดเมนเวลา $i = C\dfrac{dv}{dt} = 50\times10^{-6}\dfrac{d\left(6\cos(100t-30)\right)}{dt}$ หรือทำให้อยู่ในรูป cos เป็น

$$= -30\sin(100t - 30)$$

$$i(t) = 30\cos(100t + 60) \text{ A}$$

หาในโดเมนความถี่ จะได้

$$\overline{I} = Cj\omega\overline{V} = 5\times10^{-3}\, j\overline{V} = 5\times10^{-3} e^{90j}\, 6e^{-30j} = 30\times10^{-3} e^{j60}$$

$$i(t) = \text{Re}\left\{30e^{j60}e^{j100t}mA\right\} = 30\cos(100t + 60)mA$$

6.4 Impedance and admittance

จากส่วนที่ผ่านมาเป็นการแสดงค่า Phasor ในลักษณะความสัมพันธ์โดยกฎของโอห์มในส่วนประกอบของวงจรในแต่ละตัวแล้ว ดังนั้นในวงจรหนึ่งๆ จากกฎของโอห์ม ค่าที่ได้จาก Phasor voltage หารด้วย Phasor current จะนิยามเป็น Impedance ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ Phasor ที่นิยมก็คือ Complex

$$Z = \frac{\overline{V}}{\overline{I}} = R + jX = |Z|\angle\theta$$

โดยที่ R คือ Resistance ความต้านทาน (ถ้าเป็นการต่อกับแบบอนุกรมค่านี้เป็นค่าที่ได้จากตัวต้านทานโดยตรง) X คือ Reactance เป็นค่าที่ได้เกิดจากอุปกรณ์ C หรือ L หรือทั้งสองต่ออยู่ในวงจร

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} \text{ และ } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{X}{R}\right)$$

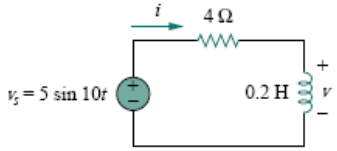
ส่วนกลับของอิมพีแดนซ์มีชื่อเรียกว่า Admittance = Conductance + Susceptance

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{\overline{I}}{\overline{V}} = G + jB = \frac{1}{R + jX}$$

$$G + jB = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j\frac{X}{R^2 + X^2}$$

$$= \frac{1}{|Z|}\angle -\theta$$

ตัวอย่าง จงหาค่า กระแสและแรงดันดังรูป



$$Z = 4 + j\omega L = 4 + 2j$$

$$v_S = 5\sin 10t = 5\cos(10t - 90)$$

$$\overline{V}_S = 5\angle -90^\circ$$

$$\overline{I} = \frac{\overline{V}_S}{Z} = \frac{5\angle -90^\circ}{\sqrt{4^2 + 2^2}\angle 26.57^\circ} = 1.12\angle -116.57^\circ$$

$$i(t) = 1.12\cos(10t - 116.57^\circ) = 1.12\sin(10t - 26.57^\circ)$$

หาค่า v จาก กฎของโอห์ม

$$\overline{V} = \overline{I}(j\omega L) = 1.12\angle -116.57^\circ \times 2j = 2.24e^{j90}e^{-116.57j} = 2.24\angle -26.57^\circ$$

$$v(t) = 2.24\cos(10t - 26.57^\circ) = 2.24\sin(10t + 63.43^\circ)$$

6.5 Kirchhoff's Law ในเชิงความถี่

ในการวิเคราะห์ในโดเมนเชิงความถี่ กฎของเคอร์ชอฟทั้งสอง (ผลรวมแรงดันไฟฟ้าในลูปและผลรวมกระแสที่ไหลออกจากโหนดเป็นศูนย์) จะต้องนำมาใช้ในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสสลับเช่นเดียวกันกับไฟฟ้ากระแสตรงแต่การพิจารณานั้นจะต้องมีการวิเคราะห์ร่วม ทั้งขนาดและมุมเฟสของสัญญาณ

จาก KVL ผลรวมแรงดันไฟฟ้าในลูปปิดใดๆ

$$v_1 + v_2 + ... + v_n = 0$$

$$V_{m1}\cos(\omega t + \phi_1) + V_{m2}\cos(\omega t + \phi_2) + ... + V_{mn}\cos(\omega t + \phi_n) = 0$$

เปลี่ยนรูปเพื่อนำเข้าสู่ Phasor

$$\mathrm{Re}\left\{V_{m1}e^{j(\omega t+\phi_1)}\right\} + \mathrm{Re}\left\{V_{m2}e^{j(\omega t+\phi_2)}\right\} + ... + \mathrm{Re}\left\{V_{mn}e^{j(\omega t+\phi_n)}\right\} = 0$$

$$\mathrm{Re}\left\{V_{m1}e^{j(\omega t+\phi_1)} + V_{m2}e^{j(\omega t+\phi_2)} + ... + V_{mn}e^{j(\omega t+\phi_n)}\right\} = 0$$

$$\mathrm{Re}\left\{\left(\overline{V}_1 + \overline{V}_2 + ... + \overline{V}_n\right)e^{j\omega t}\right\} = 0$$

ดังนั้น ในโดเมนความถี่ KVL และ $e^{jwt} \neq 0$ จะได้เป็น

$$\overline{V}_1 + \overline{V}_2 + ... + \overline{V}_n = 0$$

ในทำนองเดียวกัน KCL ในโดเมนเวลา

$$i_1 + i_2 + ... + i_n = 0$$

ในโดเมนความถี่หรือ เฟสเซอร์ จึงได้เป็น

$$\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + ... + \overline{I}_n = 0$$

6.6 การรวม Impedance

ในการรวมความต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ ซึ่งโหลดหนึ่งตัวใดๆ จะเป็น Impedance จะอยู่ในรูปของจำนวนเชิงซ้อนซึ่งได้กล่าวมาแล้ว (ซึ่งในโหลดหนึ่งตัวใดๆ อาจจะประกอบด้วย 1, 2 หรือทั้ง 3 ตัว) โดยหลักการยังเหมือนเดิมทั้งการต่อแบบขนานและอนุกรม รวมถึงการต่อแบบวายและเดลต้า แต่จะเป็นการวิเคราะห์ในโดเมนความถี่ซึ่งจะอยู่ในรูปจำนวนเชิงซ้อนประกอบขนาดและมุมเฟส

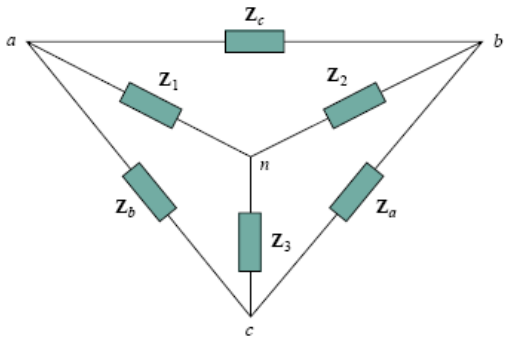
การต่อโหลดแบบอนุกรม

$$Z_{total} = Z_1 + Z_2 + ... + Z_n$$

การต่อโหลดแบบขนาน

$$Z_{total} = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + ... + \frac{1}{Z_n}}$$

ส่วนการต่อแบบรวมก็จะขึ้นอยู่กับการรูปแบบของการต่อ



การแปลงจากการต่อวงจรแบบวายและเดลต้า

แปลงจาก เดลต้า-วาย

$$Z_1 = \frac{Z_b Z_c}{Z_a + Z_b + Z_c}$$

$$Z_2 = \frac{Z_a Z_c}{Z_a + Z_b + Z_c}$$

$$Z_3 = \frac{Z_a Z_b}{Z_a + Z_b + Z_c}$$

แปลงจาก วาย-เดลต้า

$$Z_a = \frac{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_1Z_3}{Z_1}$$

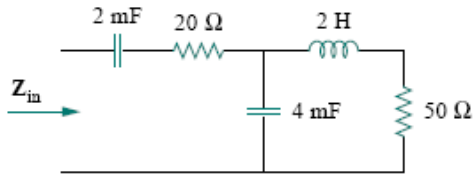
$$Z_b = \frac{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_1Z_3}{Z_2}$$

$$Z_c = \frac{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_1Z_3}{Z_3}$$

กรณีที่เป็นวงจรสมดุล คือ $Z_1 = Z_2 = Z_3$ แล้ว $Z_a = Z_b = Z_c$ และจะได้ว่า

$Z_a = 3Z_1$ ในทางกลับกัน $Z_1 = \frac{Z_a}{3}$

ตัวอย่าง จงหาอิมพีแดนซ์ Z_{in} ที่อัตราเร็วเชิงมุม 10 rad/s



$$Z_{in} = \frac{1}{10\,j2\times10^{-3}} + 20 + \left(\frac{1}{10\,j4\times10^{-3}}\right)//(50+10\,j2)$$

$$Z_{in} = -50\,j + 20 + \frac{(-25\,j\times(50+20\,j))}{50+20\,j-25\,j}$$

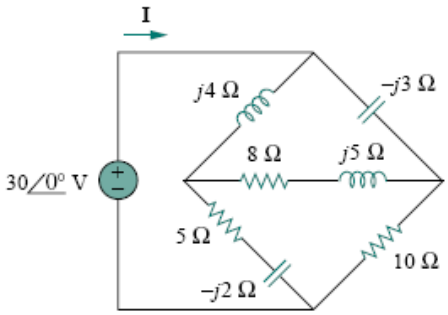
$$Z_{in} = 20 - 50\,j + \frac{(500-1250\,j)(50+5\,j)}{2500+25}$$

$$= 20 - 50\,j + 12.38 - 23.76\,j$$

$$= 32.38 - 73.76\,j$$

ตัวอย่าง จงหาค่ากระแสในรูปโดเมนความถี่

ต้องมีการใช้การแปลงจาก เดลต้า ไปเป็น วาย ก่อนที่จะมีการรวมความต้านทาน



$$Z_1 = \frac{4\,j(-3\,j)}{4\,j-3\,j+8+5\,j} = \frac{12(8-6\,j)}{64+36}$$

$$= 0.96 - 0.72\,j$$

$$Z_2 = 0.32 + 3.76\,j$$

$$Z_3 = -0.24 - 2.82\,j$$

$$Z_{total} = Z_1 + (Z_2 + 5 - 2\,j)//(Z_3 + 10)$$

$$Z_{total} = 0.96 - 0.72\,j + (5.32 + 1.76\,j)//(9.76 - 2.82\,j)$$

$$Z_{total} = 0.96 - 0.72\,j + 3.74 + 0.41\,j = 4.70 - 0.31\,j$$

$$= 4.717\angle -3.77^\circ$$

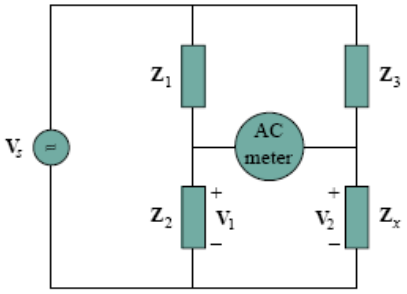
$$\bar{I} = \frac{30\angle 0}{4.717\angle -3.77} = 6.36\angle 3.77^\circ$$

บทประยุกต์ที่น่าสนใจอีกเรื่องคือ วงจร AC Bridge โดยมีหลักการเช่นเดียวกับ Wheatstone Bridge ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรงเพื่อที่จะหาค่าความต้านทานที่จะทำให้เป็นวงจรสมดุล คือจะไม่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านเส้นตรงกลางของ Bridge คือทั้งสองข้างนั้นมีศักย์ไฟฟ้าเท่ากัน ของแอมมิเตอร์เท่ากัน

จากรูปวงจรจะสมดุลเมื่อค่าแอมมิเตอร์อ่านได้เป็น ศูนย์ แอมแปร์
มีเงื่อนไขคือ

$Z_1 Z_x = Z_2 Z_3$ (ผลคูณของด้านแย้งของโหลดจะเท่ากัน)

$$Z_x = \frac{Z_3}{Z_1} Z_2$$



ตัวอย่าง จากรูปถ้า Z_1 เป็นความต้านทาน 4.8 KOhms, Z_2 10 Ohms ต่ออนุกรมกับขดลวดเหนี่ยวนำ 0.25 μH ส่วน Z_3 เป็นตัวต้านทาน 12 KOhms และกำหนดให้ความถี่ของแหล่งกำเนิด 6 MHz จงหาอิมพีแดนซ์ Z_x ที่ทำให้วงจร Bridge สมดุล

หาค่าอิมพีแดนซ์ในโดเมนความถี่

$$Z_1 = 4800 \qquad Z_2 = 10 + j2\pi 6\times 10^6 \times 0.25 \times 10^{-6} = 10 + 18.8j$$

$$Z_3 = 12000$$

$$Z_x = \frac{10 + 3\pi j}{4800} 12000 = 25 + 7.5\pi j$$

ดังนั้น โหลด Z_x ประกอบด้วยตัวต้านทาน 25 Ohms ต่ออนุกรมกับ ขดลวดเหนี่ยวนำ ($2\pi fL = 7.5\pi$) L = 0.625 microHenry