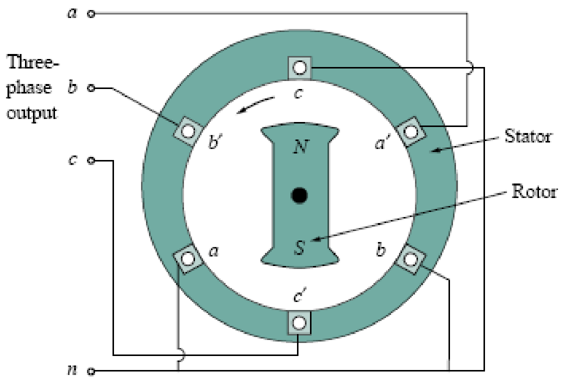
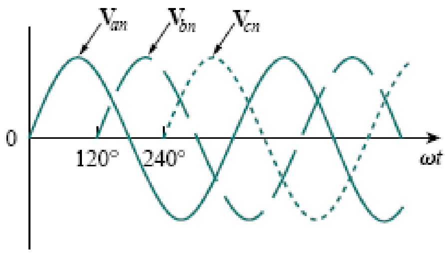
บทที่ 9 วงจรไฟฟ้า 3 เฟส

วัตถุประสงค์

9.1 วงจรไฟฟ้า 3 เฟส สมดุล



จากแหล่งกำเนิดแบบสามเฟสที่สมดุล คือ แหล่งจ่ายทั้งสามเฟสจะมีค่าแรงดันไฟฟ้าเท่ากัน แต่จะมีมุมเฟสที่ต่างกัน โดยที่ เฟส a จะนำหน้าเฟส b 120 องศา หรือ $2\pi/3$ เรเดียน เฟส a จะนำหน้าเฟส c 240 องศา หรือ เฟส c จะนำหน้าเฟส a 120 องศา สัญญาณ โดเมนเวลาของทั้งสามเฟส ได้เป็นดังรูปข้างล่าง



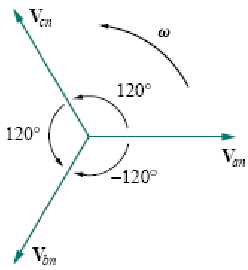
แสดงโครงสร้างของการหมุนของสนามแม่เหล็กตัดกับขดลวดที่ล้อมรอบ สามกลุ่มที่มีคุณสมบัติทั้งทางไฟฟ้าและกายภาพเหมือนกัน จะเหนี่ยวนำทำให้เกิดความต่างศักย์ที่มีทั้งหมดสามแหล่งตามกลุ่มขดลวด เป็นหลักการของการกำเนิดไฟฟ้าสามเฟสแบบสมดุล โดยที่ $v_{an}+v_{bn}+v_{cn}=0$ และ $\overline{V}_{an}+\overline{V}_{bn}+\overline{V}_{cn}=0$ และ $|\overline{V}_{an}|=|\overline{V}_{bn}|=|\overline{V}_{cn}|$

$v_{an}(t)=V_m\cos(\omega t)$ $\qquad\qquad$ $\overline{V}_{an}=V_m\angle 0$

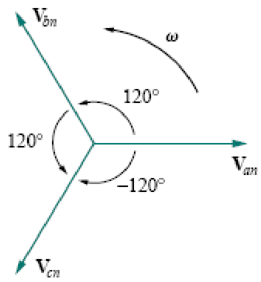
$v_{bn}(t)=V_m\cos(\omega t-120)$ หรือในรูป Phasor เป็น $\overline{V}_{bn}=V_m\angle -120$

$v_{cn}(t)=V_m\cos(\omega t-240)$ $\qquad\qquad$ $\overline{V}_{cn}=V_m\angle -240=V_m\angle 120$

ซึ่งลำดับของทั้งสามเฟสจะขึ้นอยู่กับทิศทางของการหมุน ถ้าเป็นการหมุนทวนเข็มนาฬิกา จะเรียกว่าเป็นลำดับบวก คือ abc รูป (a) ส่วนลำดับลบจะได้จากการหมุนแกนแม่เหล็กตามเข็มนาฬิกาเป็น acb รูป (b)



(a)



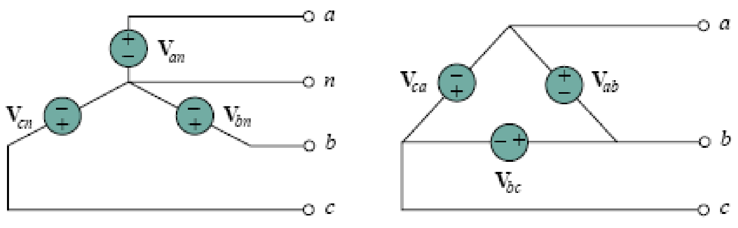
(b)

ตัวอย่าง กำหนดให้ $\overline{V}_{cn}=380\angle 60$ จงหา Phasor $\overline{V}_{an}$ และ $\overline{V}_{bn}$ ถ้าระบบเป็นลำดับบวก

$\overline{V}_{an}=380\angle -60$ ซึ่งจะตาม $\overline{V}_{cn}$ 120 องศา หรือ นำ $\overline{V}_{cn}$ 240 องศา

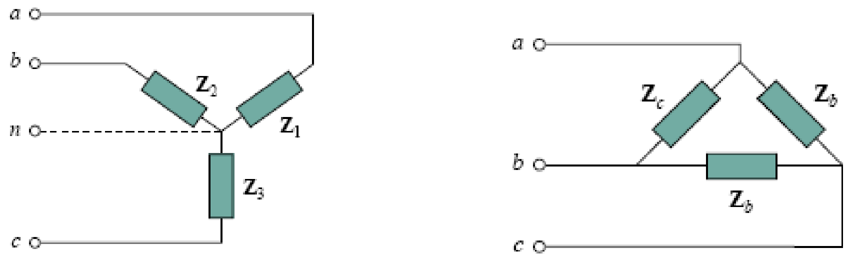
$\overline{V}_{bn}=380\angle -180$ ซึ่งจะตาม $\overline{V}_{an}$ 120 องศา หรือ นำ $\overline{V}_{cn}$ 120 องศา

การต่อของแหล่งจ่ายจะมีอยู่สองรูปแบบเช่นเดียวกับโหลดคือ การต่อวาย (Y) หรือสตาร์ รูป (a) และ (b) เป็นการต่อแบบเดลต้า (Δ)



(a) (b)

ในการต่อโหลดในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟสก็เช่นเดียวกับการต่อของแหล่งจ่าย

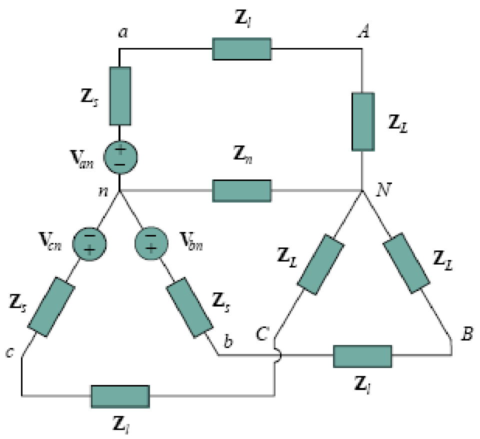


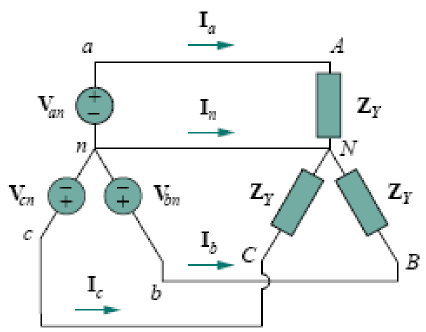
(a) (b)

โดยจะเริ่มที่การพิจารณากรณีของโหลดแบบสมดุลคือ ทั้งขนาดและมุมเฟสของโหลดทั้งสามมีขนาดเท่ากัน ดังนั้น ในการต่อโหลด ในวงจรหรือระบบไฟฟ้าสามเฟสนั้นก็สามารถมีการต่อของแหล่งจ่ายต่อโหลดที่เป็นไปได้เป็นทั้งหมด 4 แบบ คือ Y-Y, Δ - Δ , Y- Δ และ Δ -Y

9.2 การต่อแหล่งจ่ายและโหลดสมดุลแบบ Wye-Wye

ในระบบไฟฟ้าสามเฟสโดยทั่วไปจะประกอบด้วยองค์ประกอบต่างๆ ในวงจรดังรูปที่แสดงในวงจรด้านล่าง





จากรูปที่แสดงให้เห็นในแต่ละเฟสนั้นจะประกอบด้วย แหล่งจ่ายแรงดัน (V) อิมพีแดนซ์ภายในของแหล่งจ่าย (Z_S) อิมพีแดนซ์ของสาย (Z_l) และอิมพีแดนซ์ของโหลด (Z_L) ซึ่งอิมพีแดนซ์ทั้งหมดในแต่ละเฟสสามารถรวมกันแบบอนุกรมได้เป็น ($Z_Y = Z_S + Z_l + Z_L$) ซึ่งมีค่าเท่ากันในทั้งสามเฟส

ลองพิจารณาการวัดค่าต่างๆ จากวงจรไฟฟ้าสามเฟส จากรูปด้านบน ซึ่งเพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์จะใช้ Phasor แสดงค่าทุกค่า โดยเริ่มจาก แรงดันไฟฟ้าในแต่ละเฟส P หมายถึง Phase-Voltage

$$V_{an} = V_P\angle 0, \qquad V_{bn} = V_P\angle -120 \qquad V_{cn} = V_P\angle -240$$

ถ้ามีการวัดค่าความต่างศักย์ระหว่างสายเป็นอีกค่าที่มีการใช้อยู่ทั่วไป

$$V_{ab} = V_{an} - V_{bn} = V_P\angle 0 - V_P\angle -120 = V_P(\cos 0 + \cos(-120) + j\sin(-120))$$

$$= V_P(3/2 + j\sqrt{3}/2) = \sqrt{3}V_P\angle 30^\circ$$

ในทำนองเดียวกัน

$$V_{bc} = V_{bn} - V_{cn} = \sqrt{3}V_P\angle -90^\circ$$

$$V_{cb} = V_{cn} - V_{bn} = \sqrt{3}V_P\angle -210^\circ$$

ซึ่งจะเป็นนิยามของแรงดันที่เรียกว่า Line Voltage (V_L) ซึ่งมีค่าขนาดเป็น $\sqrt{3}$ เท่าของ Phase Voltage (V_P)

ถ้าเป็นการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าสามเฟสที่สมดุลสามารถทำการวิเคราะห์จากวงจรของเฟสเดียวได้ เช่น ทำการวิเคราะห์จากเฟส a ซึ่งจะได้ กระแส เป็น (ทั้งหมดในรูปของเฟสเซอร์)

$I_a = \dfrac{V_{an}}{Z_Y}$ ซึ่งจากความสัมพันธ์ข้างต้นสามารถบอกได้เลยว่า $I_b = I_a\angle -120$ และ $I_c = I_a\angle -240$

$$I_a + I_b + I_c = 0 = I_N$$

ข้อสังเกตอีกอย่างสำหรับการต่อแบบวายนั้น คือ กระแสในสาย (Line Current) จะมีค่าเป็นค่าเดียวกับกระแสที่ไหลในโหลดแต่ละเฟส (Phase Current) $I_l = I_P$

ตัวอย่าง จากรูประบบไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟสที่สมดุลทั้งแหล่งจ่ายและโหลด ประกอบด้วย อิมพีแดนซ์ภายในแหล่งจ่าย $0.4 + 0.3j$ โอห์มต่อเฟส ต่อกับโหลดแบบวาย $24 + 19j$ โอห์มต่อเฟส และสายมีความต้านทาน $0.6 + 0.7j$ โอห์มต่อเฟส สมมติให้แรงดัน $\overline{V}_{an} = 120\angle 30$ โวลต์ จงหา

(a) Line voltages

$$\overline{V}_{ab} = \overline{V}_{an} - \overline{V}_{bn} = 120\angle 30 - 120\angle 30 - 120$$

$$= 120\left[\cos 30 + j\sin 30 - \cos(-90) - j\sin(-90)\right]$$

$$= 120\sqrt{3}\angle 60 = \sqrt{3}\times 120\angle 30 + 30 = 207.85\angle 60$$

**** ข้อสังเกตคือ แรงดันระหว่างเส้นที่เป็นผลต่างของสองเฟสนั้นจะเป็นการคูณด้วย $\sqrt{3}$ ที่แรงดันเฟสตัวตั้ง และ<u>บวก</u>มุมเข้าไป 30 องศา แต่อย่างไรก็ตาม ไม่ต้องจำแต่ใช้การวิเคราะห์ KVL ก็ได้*

$$\overline{V}_{bc} = 207.85\angle 60 - 120 = 207.85\angle -60$$

$$\overline{V}_{bc} = 207.85\angle 60 - 240 = 207.85\angle -180$$

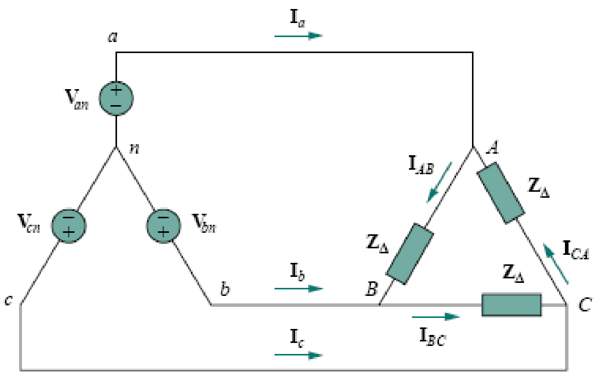
(b) Line currents (เป็นการต่อแบบ วาย-วาย ดังนั้น Line Currents = Phase Currents)

$$\overline{I}_a = \frac{\overline{V}_{an}}{\overline{Z}_{total}} = \frac{120\angle 30}{0.4 + 0.3j + 24 + 19j + 0.6 + 0.7j} = 3.75\angle -8.66^\circ$$

$$\overline{I}_b = 3.75\angle -8.66 - 120 = 3.75\angle -128.66$$

$$\overline{I}_c = 3.75\angle -8.66 - 240 = 3.75\angle -248.66 = 3.75\angle 111.34^\circ$$

9.3 การต่อแหล่งจ่ายและโหลดสมดุลแบบ Wye-Delta



จากการวิเคราะห์ที่โหลด แหล่งจ่ายที่จะจ่ายให้โหลด AB จะเป็น ความต่างศักย์ระหว่าง V_{an}-V_{bn}

$$V_{AB} = \sqrt{3}V_P\angle 30$$
$$V_{BC} = \sqrt{3}V_P\angle -90$$
$$V_{CA} = \sqrt{3}V_P\angle -210$$
$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_\Delta} \qquad I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_\Delta}$$
$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_\Delta}$$

อีกวิธีที่น่าสนใจคือ ให้ KVL ใน Loop aABb จะได้

$Z_\Delta I_{AB} + V_{bn} - V_{an} = 0$ ซึ่งก็ได้เช่นเดียวกันการวิเคราะห์ก่อนหน้า $I_{AB} = \dfrac{V_{AB}}{Z_\Delta}$

และจาก KCL จะได้

$$I_a = I_{AB} - I_{CA} \qquad I_b = I_{BC} - I_{AB} \qquad I_c = I_{CA} - I_{BC}$$
$$I_a = I_{AB} - \sqrt{3}I_{AB}\angle -240 = \sqrt{3}I_{AB}\angle -30$$

ถ้าพิจารณาที่ขนาดกระแสจะได้ Line current = $\sqrt{3}$ Phase current

$$|I_l| = |I_a| = \sqrt{3}|I_{AB}| = \sqrt{3}|I_P|$$

และจะได้

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$$

ตัวอย่าง ระบบไฟฟ้าสามเฟสที่ต่อแหล่งจ่าย วาย กับ โหลด เดลต้า โดยแหล่งจ่ายมีลำดับเป็นบวก abc กำหนดให้แหล่งจ่ายมีแรงดันเป็น $\overline{V}_{an} = 103.92\angle -50^\circ$ Phase และ Line currents โดยที่โหลดแต่ละเฟส คือ $20\angle 40^\circ$ โอห์ม

ก่อนอื่น หาค่า Phase voltage $\overline{V}_{AB} = \overline{V}_{an} - \overline{V}_{bn} = 103.92\angle -50^\circ - 103.92\angle -170^\circ$

$$\overline{V}_{AB} = \sqrt{3}\times 103.92\angle -50 + 30 = 180\angle -20^\circ$$
$$\overline{I}_{AB} = \frac{180\angle -20}{20\angle 40} = 9\angle -60^\circ$$
$$\overline{I}_{BC} = 9\angle -60 - 120 = 9\angle -180^\circ$$
$$\overline{I}_{CA} = 9\angle -300^\circ = 9\angle 60^\circ$$

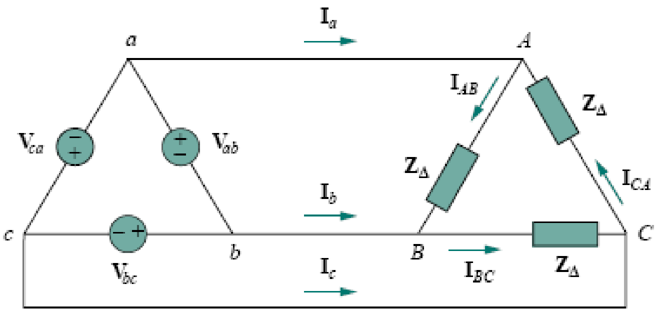
Line Current (KCL)

$$\overline{I}_a = \overline{I}_{AB} - \overline{I}_{CA} = 9\angle -60 - 9\angle 60 = 9\sqrt{3}\angle -60 - 30 = 15.59\angle -90$$

**** ข้อสังเกตคือ กระแสในเส้นที่เป็นผลรวมของสองเฟสนั้นจะเป็นการคูณด้วย $\sqrt{3}$ ที่แรงดันเฟสตัวตั้ง และลบมุมเข้าไป 30 องศา แต่อย่างไรก็ตาม ไม่ต้องจำแต่ใช้การวิเคราะห์ KCL ก็ได้*

$$\overline{I}_b = 15.59\angle -90 - 120 = 15.59\angle -210 = 15.59\angle 150$$
$$\overline{I}_c = 15.59\angle -90 - 240 = 15.59\angle 30$$

9.4 การต่อแหล่งจ่ายกับโหลดสามเฟสสมดุลแบบ delta-delta



จากการเริ่มวิเคราะห์การกำหนดค่าแรงดันของแหล่งจ่ายโดย

$$V_{ab} = V_P\angle 0$$
$$V_{bc} = V_P\angle -120$$
$$V_{ca} = V_P\angle 120$$
$$I_{AB} = \frac{V_{ab}}{Z_\Delta} \quad ....$$

หรือจะใช้การวิเคราะห์จาก KCL ก็ได้

$$I_a = I_{AB} - I_{CA} = \sqrt{3}\frac{V_{ab}}{Z_\Delta}\angle -30 \quad ....$$

ขนาดของ Line current = $\sqrt{3}$ Phase current $\qquad |I_a| = |I_l| = \sqrt{3}|I_P|$

A positive-sequence, balanced Δ-connected source supplies a balanced Δ-connected load. If the impedance per phase of the load is $18 + j12\ \Omega$ and $\mathbf{I}_a = 22.5\angle 35^\circ$ A, find $\mathbf{I}_{AB}$ and $\mathbf{V}_{AB}$.

Answer: $13\angle 65^\circ$ A, $281.2\angle 98.69^\circ$ V.

ควรจะทำการวิเคราะห์ด้วย KCL ในการหาค่า $\bar{I}_a = \bar{I}_{AB} - \bar{I}_{CA} = \bar{I}_{AB}(1 - 1\angle -240)$

$$22.5\angle 35 = \bar{I}_{AB}(1 + 0.5 - j0.866) = \bar{I}_{AB}\sqrt{3}\angle -30$$
$$\bar{I}_{AB} = \frac{22.5}{\sqrt{3}}\angle 35 + 30 = 13\angle 65^\circ$$

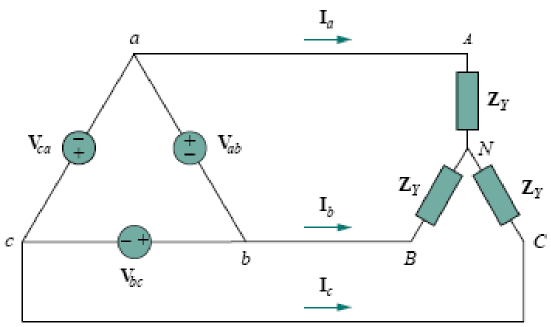
ข้อสังเกตของ เดลต้าของกระแส จาก Line<->Phase จะเป็นการกลับกันในคูณและหารด้วย $\sqrt{3}$ *และลบและบวกมุม 30 องศา ตามลำดับ แต่ก็สามารวิเคราะห์ด้วย KCL*

$$\bar{V}_{AB} = \bar{I}_{AB}\bar{Z} = 13\angle 65 \times (18 + 12j) = 13 \times 21.633\angle(65 + 33.69) = 281.2\angle 68.69^\circ$$

9.5 การต่อแหล่งจ่ายกับโหลดสามเฟสสมดุลแบบ delta-Wye

โดยเริ่มจากแหล่งจ่าย

$$V_{ab} = V_P\angle 0, \quad V_{bc} = V_P\angle -120 \quad V_{ca} = V_P\angle -240$$



ซึ่งอาจจะใช้ KVL เข้ามาช่วยในการวิเคราะห์

$$-V_{ab} + I_a Z_Y - I_b Z_Y = 0$$
$$(I_a - I_b)Z_Y = V_{ab} = V_P\angle 0$$
$$I_a - I_b = \frac{V_{ab}}{Z_Y} = \frac{V_P\angle 0}{Z_Y}$$

I_b จะตาม I_a 120 degree ดังนั้น

$$\sqrt{3}I_a\angle 30 = \frac{V_{ab}}{Z_Y} = \frac{V_P\angle 0}{Z_Y}$$

$$I_a = \frac{V_P/\sqrt{3}\angle -30}{Z_Y}$$

มุมเฟสของกระแสในเส้นที่เหลือก็จะเป็น -150 และ -270(+90) ตามลำดับ

In a balanced Δ-Y circuit, $\mathbf{V}_{ab} = 240\underline{/15^\circ}$ and $\mathbf{Z}_Y = (12 + j15)\ \Omega$. Calculate the line currents.

Answer: $7.21\underline{/-66.34^\circ}$, $7.21\underline{/-186.34^\circ}$, $7.21\underline{/53.66^\circ}$ A.

จาก $\sqrt{3}I_a\angle 30 = \dfrac{V_{ab}}{Z_Y} = \dfrac{V_P\angle 0}{Z_Y}$

$$I_a = \frac{\overline{V}_{AB}}{\sqrt{3}\overline{Z}_Y}\angle -30 = \frac{240}{\sqrt{3}(12+15j)}\angle 15-30 = 7.21\angle -66.34^\circ$$

หรือจะวิเคราะห์จาก KVL

$$-\overline{V}_{ab} + \overline{I}_a\overline{Z}_Y - \overline{I}_b\overline{Z}_Y = 0$$

$$\overline{I}_a - \overline{I}_b = \frac{240\angle 15}{12+15j}$$

$$\overline{I}_a(1-1\angle -120) = \sqrt{3}\angle 30\overline{I}_a = 12.493\angle -36.34^\circ$$

$\overline{I}_a = \dfrac{12.493}{\sqrt{3}}\angle -36.34-30 = 7.21\angle -66.34^\circ$ ที่สายลำดับต่อไปมุมก็จะตามกันเป็น 120 และ 240 องศา ต่อไปเป็นตามลำดับ

9.5 กำลังไฟฟ้าในไฟฟ้าระบบสามเฟส

ทำการวิเคราะห์ในโดเมนเวลา ในไฟฟ้าระบบสามเฟสที่โหลดต่อกันแบบ วาย

$$v_{AN} = \sqrt{2}V_P\cos(\omega t) \qquad v_{BN} = \sqrt{2}V_P\cos(\omega t - 120) \qquad v_{CN} = \sqrt{2}V_P\cos(\omega t + 120)$$

โดยที่ V_p จะเป็นค่า rms เพื่อความสะดวกที่จะใช้งานต่อๆ ไป เมื่อ โหลดในแต่ละเฟสเป็นแบบสมดุล โดยมีมุมเฟสของโหลดเป็น θ เรเดียน ดังนั้นกระแสในแต่ละเฟสจึงได้เป็น

$$i_a = \sqrt{2}I_P\cos(\omega t - \theta) \qquad i_b = \sqrt{2}I_P\cos(\omega t - \theta - 120)$$

$$i_c = \sqrt{2}I_P\cos(\omega t - \theta + 120)$$

กำลังไฟฟ้ารวมทั้งสามเฟสจะได้เป็น

$$p = p_a + p_b + p_c = v_{AN}i_a + v_{BN}i_b + v_{CN}i_c$$

$$= 2V_PI_P\begin{bmatrix}\cos(\omega t)\cos(\omega t-\theta) + \cos(\omega t - 120)\cos(\omega t - \theta - 120)\\ +\cos(\omega t + 120)\cos(\omega t - \theta + 120)\end{bmatrix}$$

ใช้ $\cos A\cos B = \dfrac{1}{2}[\cos(A+B) + \cos(A-B)]$ จึงได้เป็น

$$= V_PI_P[3\cos\theta + \cos(2\omega t - \theta) + \cos(2\omega t - \theta - 120) + \cos(2\omega t - \theta + 120)]$$

$$\alpha = 2\omega t - \theta$$

$$= V_PI_P[3\cos\theta + \cos\alpha + \cos(\alpha - 120) + \cos(\alpha + 120)]$$

$$= V_PI_P[3\cos\theta + \cos\alpha + \cos\alpha\cos 120 + \sin\alpha\sin 120 + \cos\alpha\cos 120 - \sin\alpha\sin 120]$$

$$= V_PI_P[3\cos\theta + \cos\alpha - 0.5\cos\alpha - 0.5\cos\alpha]$$

$$= 3V_PI_P\cos\theta$$

ในแต่ละเฟสค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ยจะได้เป็น

$$P_P = V_PI_P\cos\theta$$

Reactive Power

$$Q_P = V_PI_P\sin\theta$$

Apparent power

$S_P = V_P I_P$

Complex power

$S_P = P_P + jQ_P = \overline{V}_P \overline{I}^*_P$

กำลังไฟฟ้ารวมของสามเฟสจะอยู่ในรูปทั่วไปคือ

$$P = P_a + P_b + P_c = 3P_P = 3V_P I_P \cos\theta = \sqrt{3}V_L I_L \cos\theta$$

สูตรนี้จะใช้ได้เมื่อโหลดของทั้งสามเฟสเป็นแบบสมดุล และในสองสมการท้าย ถ้าเป็นการต่อโหลดแบบ เดลต้า $I_L = \sqrt{3}I_P$ และ $V_L = V_P$ และถ้าเป็น วาย $V_L = \sqrt{3}V_P$ และ $I_L = I_P$ ส่วน Reactive Power

$$Q = 3V_P I_P \sin\theta = \sqrt{3}V_L I_L \sin\theta$$

กำลังเชิงซ้อนสามเฟส สามารถหาได้จาก อยู่ในรูปเฟสเซอร์

$$\overline{S} = 3\overline{S}_P = 3\overline{V}_P \overline{I}^*_P = 3\overline{I}^2_P \overline{Z}_P = \frac{3\overline{V}^2_P}{\overline{Z}^*_P}$$

โดยที่ $\overline{Z}_P = Z_P\angle\theta$ เป็นอิมพีแดนซ์ หรือสามารถหาได้อีกจาก

$$\overline{S} = P + jQ = \sqrt{3}V_L I_L\angle\theta$$

ข้อแนะนำและข้อสังเกต คือ จะเห็นว่าสูตรที่จะใช้มีมาก ซึ่งถ้าจำได้หมดจะเป็นประโยชน์ต่อความสะดวกที่นำไปใช้งานแต่ก็ไม่จำเป็นต้องจำได้หมด เพราะในการวิเคราะห์จริงแล้วก็สามารถทำได้จากการวิเคราะห์ด้วยระบบหนึ่งเฟสเท่านั้นในกรณีที่เป็นโหลดแบบสมดุล

ตัวอย่าง จากรูประบบไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟสที่สมดุลทั้งแหล่งจ่ายและโหลด ประกอบด้วย แหล่งจ่ายที่ต่อแบบ วาย อิมพีแดนซ์ภายในแหล่งจ่าย $0.4 + 0.3j$ โอห์มต่อเฟส ต่อกับโหลดแบบวาย $24 + 19j$ โอห์มต่อเฟส และสายมีความต้านทาน $0.6 + 0.7j$ โอห์มต่อเฟส สมมติให้แรงดัน $\overline{V}_{an} = 120\angle 30$ โวลต์ จงหา กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อนที่แหล่งจ่ายและที่โหลด

กระแสที่จ่ายจากแหล่งจ่ายเป็นกระแสรวมซึ่งเท่ากับ

$$\overline{I}_a = \frac{\overline{V}_{an}}{\overline{Z}_{total}} = \frac{120\angle 30}{0.4 + 0.3j + 24 + 19j + 0.6 + 0.7j} = 3.705 - 0.564j$$

$$= 3.75\angle -8.66^\circ$$

เป็นการต่อแบบ วาย-วาย ดังนั้น กระในสายเท่ากับกระแสในเฟส กำลังไฟฟ้าสามเฟสที่แหล่งจ่ายคำนวณได้จาก

$$\overline{S} = 3\overline{S}_P = 3\overline{V}_P \overline{I}^*_P = 3\times 120 \times 3.75\angle 30\angle 8.66 = 1350\angle 38.66^\circ$$

$$= 1054.2 + j843.3$$

ซึ่งมุมเฟสของกำลังเชิงซ้อนสามารถหาได้จาก $\theta_v - \theta_i$ ยังใช้ได้อยู่

ที่ โหลด แรงดันจะโดนลดทอนจากอิมพีแดนซ์ภายในแหล่งจ่ายและในสายส่ง ดังนั้น แรงดันที่โหลดจึงหาได้จาก

$$\overline{V}_{AN} = \overline{V}_{an} - \overline{I}_a(\overline{Z}_S + \overline{Z}_l) = 120\angle 30 - 3.75\angle -8.66^\circ(0.4 + j0.3 + 0.6 + 0.7j)$$

$$\overline{V}_{AN} = 120\angle 30^\circ - 3.75\angle -8.66^\circ(0.4 + j0.3 + 0.6 + 0.7j)$$

$$= 99.654 + 56.859j = 114.734\angle 29.71^\circ$$

$$\overline{S} = 3\overline{S}_P = 3\overline{V}_P \overline{I}^*_P = 3\times 114.734 \times 3.75\angle 29.71\angle 8.66 = 1290.758\angle 38.39^\circ$$

$$= 1011.7 + j801.6$$

ตัวอย่าง จงคำนวณกระแสในสายส่งสำหรับกำลังไฟฟ้าที่ส่งผ่านให้มอเตอร์สามเฟสที่มี pf 0.85 lagging ถ้าต่อกับแหล่งจ่ายที่มีความต่างศักย์ระหว่างสายเป็น 400 V

ถ้าไม่ได้มีการกล่าวถึงลักษณะของการต่อว่าเป็นแบบใดก็ไม่มีปัญหาเพราะ

$$P = 3I_P V_P \cos\theta = \sqrt{3}V_L I_L \cos\theta$$
$$30000 = \sqrt{3}400 I_L 0.85$$
$$I_L = \frac{30000}{\sqrt{3}\times 400\times 0.85} = 50.94$$

Assume that the two balanced loads in Fig. 12.22(a) are supplied by an 840-V rms 60-Hz line. Load 1 is Y-connected with $30 + j40\ \Omega$ per phase, while load 2 is a balanced three-phase motor drawing 48 kW at a power factor of 0.8 lagging. Assuming the *abc* sequence, calculate: (a) the complex power absorbed by the combined load, (b) the kVAR rating of each of the three capacitors Δ-connected in parallel with the load to raise the power factor to unity, and (c) the current drawn from the supply at unity power factor condition.

Answer: (a) $56.47 + j47.29$ kVA, (b) 15.7 kVAR, (c) 38.813 A.

คำนวณหาค่ากำลังรวมในรูปของเชิงซ้อน

(a) กระแสในสายส่งที่โหลดที่ 1 โดยสมมติให้มุมเฟสของสายส่งเป็น ศูนย์

$$\overline{I}_l = \frac{840\angle 0}{30+40j} = 10.08 - 13.44j = 16.8\angle -53.13$$
$$\overline{S}_1 = \sqrt{3}\overline{V}_l \overline{I}_l^* = \sqrt{3}840\times 16.8\angle 0 - (-53.13) = (14.667 + 19.554j)K$$
$$= 24.442K\angle 53.13$$

ส่วนที่โหลดที่ 2

$$\overline{S}_2 = \frac{48k}{0.8}\angle\cos^{-1}0.8 = 60\angle 36.87 = 48k + j36k \text{ VA}$$
$$\overline{S}_{total} = \overline{S}_1 + \overline{S}_2 = 14.667k + j19.554k + 48k + j36k = 62.667k + j55.554k \text{ VA}$$

(b) ถ้าต้องการให้ pf เป็น 1 จะต้องมีการต่อคาปาซิเตอร์ที่มีค่า reactive power รวมเป็น 55.554 kVAR ซึ่งแต่ละเฟสคือ 18.518 kVAR

(c) จะเห็นได้ว่าเป็นการคำนวณค่ากระแสจากแหล่งจ่ายในสายส่งที่สภาวะที่โหลด pf เป็น 1

$$P = \sqrt{3}\overline{I}_l \overline{V}_l$$
$$62.667kW = \sqrt{3}\overline{I}_l 840$$
$$\overline{I}_l = 43.08A$$

มีมุมเฟสเช่นเดียวกับแรงดัน

Two balanced loads are connected to a 240-kV rms 60-Hz line, as shown in Fig. 12.22(a). Load 1 draws 30 kW at a power factor of 0.6 lagging, while load 2 draws 45 kVAR at a power factor of 0.8 lagging. Assuming the *abc* sequence, determine: (a) the complex, real, and reactive powers absorbed by the combined load, (b) the line currents, and (c) the kVAR rating of the three capacitors Δ-connected in parallel with the load that will raise the power factor to 0.9 lagging and the capacitance of each capacitor.

(a) หากำลังเชิงซ้อนรวมเป็น

$$\overline{S}_1 = \frac{P}{pf}\angle\cos^{-1}(pf) = \frac{30k}{0.6}\angle\cos^{-1}(0.6) = 50k\angle 53.13^\circ$$
$$= 30k + j40kVA$$

$$\overline{S}2 = \frac{Q}{\sin\theta}\angle\cos^{-1}(pf) = \frac{45k}{\sin 36.86}\angle\cos^{-1}(0.8) = 75k\angle 36.87^\circ$$
$$= 60k + j45kVA$$
$$\overline{S} = \overline{S}_1 + \overline{S}_2 = 90k + j85kVA = 123.8\angle 43.36^\circ kVA$$

(b) คำนวณหาค่ากระแสในสายส่ง

$$\overline{S} = 123.8kVA\angle 43.36^\circ = \sqrt{3}V_l I_l \angle\theta_v - \theta_i = \sqrt{3}\overline{V}_l \overline{I}_l^*$$ สมมติมุมของกระแสในสายนี้เป็นศูนย์

$$\overline{I}_l = I_l\angle\theta_i = \frac{123.8k}{\sqrt{3}240k}\angle -43.36^\circ = 297.8m\angle -43.36^\circ$$

ซึ่งก็สามารถหากระแสในสายที่เหลือมีมุมตามมาเป็น 120 และ 240 องศา ตามลำดับ

(c) ต้องการให้ได้ pf มีค่าเป็น 0.9 จาก 0.727 ดังนั้น ตามที่โจทย์บอกหรือส่วนใหญ่ในทางปฏิบัติโหลดโดยทั่วไปจะเป็นแบบ lagging ดังนั้น ตัวที่จะทำการเพิ่มค่า pf หรือมีการลดค่า Reactive power คือต่อขนานด้วยคาปาซิเตอร์ ซึ่งจะทำหน้าที่ในการจ่าย Reactive power ให้กับส่วนที่ต้องการลด แต่มีค่าที่คงที่ที่ไม่เปลี่ยนแปลงคือ ค่า Real หรือ Active power

$$Q_1 = 85kVAR$$
$$Q_2 = S_2\sin\theta_2 = \frac{P}{\cos\theta_2}\sin\theta_2 = P\tan\theta_2 \qquad \text{โดย } \theta_2 = \cos^{-1}0.9 = 25.84^\circ$$
$$Q_2 = 90k\tan 25.84 = 45.59kVAR$$
$$Q_C = Q_1 - Q_2 = 85k - 45.59kVAR = 41.41kVAR$$

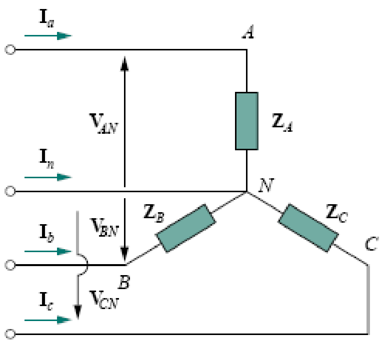
ซึ่งหาค่า C ที่มีการต่อแบบเดลต้า ได้ จาก

$$Q_C = 3V_P I_P = 3V_P\frac{V_P}{1/2\pi fC} = 41.41kVAR$$
$$C = 635.7\,pF$$

9.6 ระบบที่ไม่สมดุลของไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟส

ในกรณีที่ทั้งขนาดของ Phasor ที่ไม่เท่ากันของทั้งสามซึ่งเริ่มจากแรงดันของแหล่งจ่าย อิมพีแดนซ์ภายในแหล่งจ่าย อิมพีแดนซ์ของสายส่งและโหลด ซึ่งจะเกิดขึ้นอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้โดยเฉพาะของโหลดในระบบไฟฟ้าใหญ่เช่นระบบไฟฟ้าของการไฟฟ้าหรือแม้กระทั่งของหมู่บ้านที่มีขนาดเล็กที่ไม่สามารถกำหนดโหลดของการใช้ได้เลย

จะยกตัวอย่างที่พบได้โดยทั่วไปคือที่โหลดไม่สมดุล



ในระบบซ้ายมือจะได้

$$\overline{I}_a = \frac{\overline{V}_{AN}}{\overline{Z}_A} \qquad \overline{I}_b = \frac{\overline{V}_{BN}}{\overline{Z}_B} \qquad \overline{I}_c = \frac{\overline{V}_{CN}}{\overline{Z}_C}$$

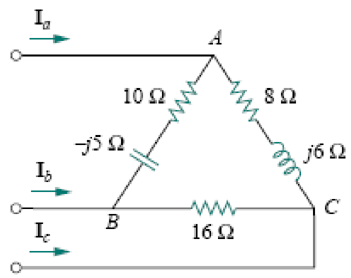
จาก KCL ที่ โหนด N จะได้

$$\overline{I}_n = -\left(\overline{I}_a + \overline{I}_b + \overline{I}_c\right)$$

ซึ่งถ้าเป็นระบบที่ไม่สมดุลจะทำให้เกิดมีกระแสไหลในสาย Neutral คำนวณได้จากสมการข้างต้น

ซึ่งจากจุดนี้พอจะมีข้อสังเกตที่น่าสนใจอีกอย่าง คือ มุมเฟสของกระแสในแต่ละเส้นสายส่งจะไม่เป็นไปตามที่ผ่านมาคือตามกันแบบ 120 และ 240 องศา ดังนั้นในหารหาค่ากระแสในแต่ละเส้นสายส่งและรวมไปถึงกระแสในเฟสจะต้องมีการวิเคราะห์แยกกัน อีดทั้งค่ากำลังไฟฟ้าของแต่ละเฟสที่จะไม่เท่ากันก็ต้องกาให้ครบทั้งสามเฟส ซึ่งต้องใช้ทฤษฎีของการวิเคราะห์วงจร KVL และ KCL อยู่อย่างเหมาะสม

ตัวอย่าง โหลดสามเฟสดังรูปที่อยู่ซ้ายมือถูกต่อกับค่าแหล่งจ่ายที่เป็นแบบสมดุลที่มีแรงดันระหว่างสายส่งเป็น 200 V สมมุติให้ แรงดัน V_{ab} เป็นตัวอ้างอิง จงหากระแสไฟฟ้าในแต่ละสายส่ง



ดังนั้น สมมุติให้ $\overline{V}_{ab} = 200\angle 0^\circ$ ดังนั้น

$$\overline{V}_{bc} = 200\angle -120^\circ$$

$$\overline{V}_{ca} = 200\angle 120^\circ$$

กระแสในเฟส

$$\overline{I}_{AB} = \frac{\overline{V}_{ab}}{10-j5} = \frac{200\angle 0}{10-j5} = 16+8j = 17.89\angle 26.57^\circ$$

$$\overline{I}_{BC} = \frac{\overline{V}_{bc}}{16} = \frac{200\angle -120}{16} = -6.25-10.825j = 12.5\angle -120^\circ$$

$$\overline{I}_{CA} = \frac{\overline{V}_{ca}}{8+j6} = \frac{200\angle 120}{8+j6} = 2.392+19.856j = 20\angle 83.13^\circ$$

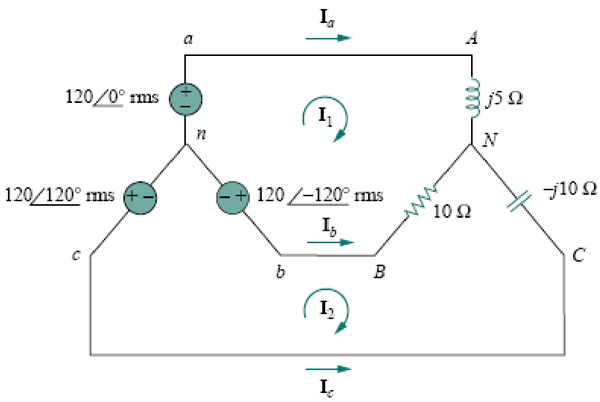
จาก KCL

$$\overline{I}_a = \overline{I}_{AB} - \overline{I}_{CA} = 16+8j-2.392-19.856j = 13.608-11.856j = 18.048\angle -41.06^\circ$$

$$\overline{I}_b = \overline{I}_{BC} - \overline{I}_{AC} = -6.25-10.825j-16-8j = -22.25-18.825j = 29.145\angle -139.77^\circ$$

$$\overline{I}_c = \overline{I}_{CA} - \overline{I}_{BC} = 2.392+19.856j+6.25+10.825j = 8.642+30.681j = 31.875\angle 74.27^\circ$$

ตัวอย่าง จากรูปวงจรด้านล่างจงหา



จงหา กระแสที่ไหลในแต่ละสายส่ง

จะเห็นว่าจากรูปเป็นโหลดที่ไม่สมดุล ดังนั้น จะใช้หลักการวิเคราะห์เดียวกับการวิเคราะห์ที่ใช้ในกรณีที่ใช้กับวงจรสมดุล จึงใช้การวิเคราะห์ด้วย KVL จากลูปสองลูปดังรูป

ลูป 1

$$(10+5j)\overline{I}_1 - 10\overline{I}_2 + 120\angle -120^\circ - 120\angle 0^\circ = 0$$

$$(10+5j)\overline{I}_1 - 10\overline{I}_2 = 180+103.923j = 207.85\angle 30^\circ \qquad (1)$$

ลูป 1

$$(10-10j)\overline{I}_2 - 10\overline{I}_1 + 120\angle 120^\circ - 120\angle -120^\circ = 0$$

$$(10-10j)\overline{I}_2 - 10\overline{I}_1 = -207.85j \qquad (2)$$

หาค่า $\overline{I}_2$ โดย (1)(-10)+(2)(10+5j)

$$-100\overline{I}_2 + (10-10j)(10+5j)\overline{I}_2 = 10\times 207.85\angle 30 - 207.85j(10+5j)$$

$$\overline{I}_2(50-50j) = 207.85(8.66+5j-10j+5)$$

$$\overline{I}_2 = 38.785+18j = 42.756\angle 24.9^\circ$$

จากสมการที่ 2

$$(10-10j)(38.785+18j)-10\overline{I}_1=-207.85j$$

$$\overline{I}_1=56.785\angle 0^\circ$$

กระแสที่ไหลในแต่ละเส้นสายส่ง

$$\overline{I}_a=\overline{I}_1=56.785\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\overline{I}_b=\overline{I}_2-\overline{I}_1=42.756\angle 24.9^\circ-56.785\angle 0^\circ=-18.00+18.00j=25.46\angle 135^\circ$$

$$\overline{I}_c=-\overline{I}_2=-38.873-17.999j=42.756\angle -155.15^\circ$$

จงหาค่ากำลังไฟฟ้า

$$\overline{S}_A=\left|\overline{I}_a\right|^2\overline{Z}_A=56.785^2\, j5=16122j \text{ VA}$$

$$\overline{S}_B=\left|\overline{I}_b\right|^2\overline{Z}_B=25.46^2 10=6482 \text{ VA}$$

$$\overline{S}_C=\left|\overline{I}_c\right|^2\overline{Z}_C=42.756^2(-10j)=-18281j \text{ VA}$$

$$\overline{S}=\overline{S}_A+\overline{S}_B+\overline{S}_C=6482-2159j=6832\angle -18.42^\circ \text{ VA}$$

จงหากำลังไฟฟ้าที่แหล่งจ่ายทั้งสามเป็น

$$\overline{S}_a=-\overline{V}_a\overline{I}_a^*=-120\times 56.78=-6813$$

$$\overline{S}_b=-\overline{V}_b\overline{I}_b^*=-120\angle -120^\circ\times 25.46\angle -135^\circ=-3055\angle 105^\circ=791-2951j$$

$$\overline{S}_c=-\overline{V}_c\overline{I}_c^*=-120\angle 120^\circ\times 42.756\angle 155.15^\circ=-5131\angle 275.15^\circ$$

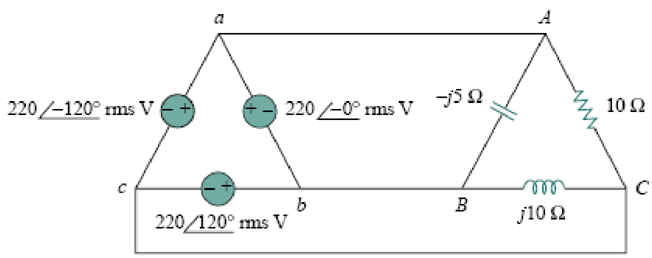
$$=-460+5110j$$

$$\overline{S}_S=\overline{S}_a+\overline{S}_b+\overline{S}_c=-6813+791-2951j-460+5110j=-6482+2159j$$

แหล่งจ่ายไฟฟ้าจ่ายกำลัง จ่ายกำลัง 6482 Watts แต่จะมีการดูดซับ Reactive power จากวงจร 2159 VAR

ซึ่งจะเห็นว่าอย่างไรก็ตามผลรวมของกำลังจะเท่ากับ 0

ตัวอย่าง จากวงจรข้างล่าง หาค่า กระแสในเส้นสายส่ง และกำลังไฟฟ้าที่ดูดซับโดยโหลด



จากการต่อแบบ   เดลต้าจะง่ายต่อการที่จะกระแสในแต่ละเฟส

$$\overline{I}_{AB}=\frac{220\angle -0}{-j5}=44\angle 90^\circ \qquad \overline{I}_{BC}=\frac{220\angle 120}{j10}=22\angle 30^\circ$$

$$\overline{I}_{CA}=\frac{220\angle -120}{10}=22\angle -120^\circ$$

$$\overline{I}_a=\overline{I}_{AB}-\overline{I}_{CA}=44\angle 90^\circ-22\angle -120^\circ=11+63.05j=64\angle 80^\circ$$

$$\overline{I}_b=\overline{I}_{BC}-\overline{I}_{AB}=22\angle 30^\circ-44\angle 90^\circ=19.05-33j=38.1\angle -60^\circ$$

$$\overline{I}_c=\overline{I}_{CA}-\overline{I}_{BC}=22\angle -120^\circ-22\angle 30^\circ=-30.03-30.05j=42.5\angle -135^\circ$$

$$P=I_{CA}^2R=220^2 10=4.84kWatts$$