# 1301 300: Mechanical Measurement and Instruments

# การวัดและเครื่องมือวัดความดันทางวิศวกรรมเครื่องกล

## คุณสมบัติของระบบการวัดและการวิเคราะห์ข้อมูล

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี

ธนรัฐ ศรีวีระกุล

# Measuring the circumference of a circular object

ให้นักศึกษาแบ่งกลุ่ม 4 กลุ่ม แต่ละกลุ่มให้ทำการหาขนาดเส้นรอบวงของเหรียญสิบบาท ดังนี้

- **<u>กลุ่มที่ 1</u>**: ทำการวัดเส้นรอบวง โดยการนำเส้นด้ายมาขดเป็นวงรอบเหรียญ 1รอบ แล้วนำเอาความยาวเส้นด้ายไปวัดความยาวกับไม้บรรทัดที่จัดให้ อ่านค่าและจดบันทึก ทำซ้ำอีก 3 ครั้ง โดยแต่ละครั้งให้สมาชิกในกลุ่มผลัดกันทำการวัด
- **<u>กลุ่มที่ 2</u>**: ทำการวัดเส้นรอบวง โดยการนำเส้นด้ายมาขดเป็นวงรอบเหรียญ 1รอบ แล้วนำเอาความยาวเส้นด้ายไปวัดความยาวกับเวอร์เนียร์ที่จัดให้ อ่านค่าและจดบันทึก ทำซ้ำอีก 3 ครั้ง โดยแต่ละครั้งให้สมาชิกในกลุ่มผลัดกันทำการวัด
- **<u>กลุ่มที่ 3</u>**: ทำการวัดเส้นผ่าศูนย์กลางของเหรียญ (D)โดยใช้เวอร์เนียร์ที่จัดให้ จากนั้นคำนวณหาขนาดเส้นรอบวง ( $C = \pi.D$, กำหนดให้ $\pi =$ ) อ่านค่าและจดบันทึก ทำซ้ำอีก 3 ครั้ง โดยแต่ละครั้งให้สมาชิกในกลุ่มผลัดกันทำการวัด
- **<u>กลุ่มที่ 4</u>**: ทำการวัดเส้นผ่าศูนย์กลางของเหรียญ (D)โดยใช้ไม้บรรทัดที่จัดให้ จากนั้นคำนวณหาขนาดเส้นรอบวง ( $C = \pi.D$, กำหนดให้ $\pi =$ ) อ่านค่าและจดบันทึก ทำซ้ำอีก 3 ครั้ง โดยแต่ละครั้งให้สมาชิกในกลุ่มผลัดกันทำการวัด

# เนื้อหา

**3.1 บทนำ**

**3.2 คุณสมบัติระบบการวัด (Characteristics of measurement systems)**

**3.3 ทฤษฎีค่าผิดพลาด (Error theory)**

3.3.1 ค่าผิดพลาดเชิงระบบ (Systematic error)

3.3.2 ค่าผิดพลาดสุ่ม (Random error)

3.3.3 สาเหตุค่าผิดพลาด (Source of error)

3.3.4 ภาวะเข้าคู่ (Matching)

**3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล (Data analysis)**

3.4.1 เลขนัยสำคัญ (significant digits)

3.4.2 เลขปัดเศษ (rounding number)

3.4.3 การปัดเศษของค่าจากการคำนวณ

3.4.4. สถิติ (Statistic)

## 3.5 การรายงานผลการวัด (Measurement report)

3.5.1 แหล่งกำเนิดความไม่แน่นอน (source of uncertainty)

3.5.2 ความไม่แน่นอนมาตรฐาน (standard uncertainty)

3.5.3 ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม (combined uncertainty)

3.5.4 ความไม่แน่นอนขยาย (Expanded uncertainty)

# หลักการและเหตุผล

- ความรู้เกี่ยวกับความไม่แน่นอนของการวัด มีความสำคัญต่อการปฏิบัติงานวัดในห้องปฏิบัติการ การทดลอง และส่งผลอย่างมากต่อ คุณภาพและความน่าเชื่อถือของรายงานผลการวิเคราะห์ผลการทดลองนั้น รวมทั้งผู้ควบคุมคุณภาพ การผลิตในภาคอุตสาหกรรม
- มีความรู้เกี่ยวกับความไม่แน่นอนของการวัดค่าอย่างเพียงพอ เพื่อสามารถยกระดับผลงานให้เป็นไปตามมาตรฐานสากลได้

# What is Uncertainty?

- “A parameter, associated with the result of a measurement, that characterizes the dispersion of the values that could reasonably be attributed to the measurand ” , The number after the ± **(GUM definition)**

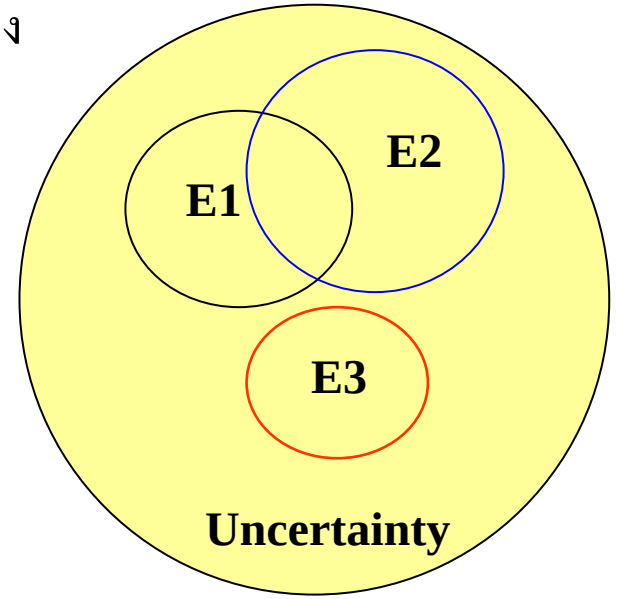
- A measurement result is complete only when accompanied by a quantitative statement of its uncertainty. The uncertainty is required in order to decide if the result is adequate for its intended purpose and to ascertain if it is consistent with other similar results. **(NIST Reference on Uncertainty.)**

- Uncertainty is a measure of the 'goodness' of a result

- Estimate all sources of error and combine into a number that quantifies the uncertainty

# What is Uncertainty?

- ผลของการวัด หรือผลการทดลองจะถือว่ามีความสมบูรณ์ น่าเชื่อถือก็ต่อเมื่อ สามารถระบุค่าความไม่แน่นอนของการวัดนั้นๆ ค่าความไม่แน่นอนจำเป็นสำหรับใช้ช่วยตัดสินใจว่าผลการวัดนั้นสามารถนำไปใช้กับวัตถุประสงค์ ได้อย่างเหมาะสมหรือไม่ หรือ เพื่อใช้พิจารณาว่าผลการวัดนั้นๆ เทียบเคียงกับผลการวัดอื่นๆได้หรือไม่
- ความไม่แน่นอนคือการวัดค่าความยอดเยี่ยมของผลการทดลอง
- ใช้ประมาณค่าความผิดพลาดทั้งหมด



# Accuracy, Precision, and Resolution

- Uncertainty?
  - Range of values, usually centered on the measured value, that contains the true value with stated probability
- Accuracy?
  - Expression of the closeness of its result to the true value
- Precision?
  - Measure of its repeatability
  - A high precision indicates the ability to repeat measurements within narrow limits
- Resolution?
  - Deals with the fineness with which a measured value can be measured.
  - In digital instruments, the resolution is the value of one count in the least significant digit

# Expressing a measurement's uncertainty?

- Uncertainty refers to the size of the range of values that is very likely to contain the "true" value

$$X_{mean} - u_x < \text{"true value of X"} < X_{mean} + u_x$$

Best point estimate,
Usually the arithmetic mean

Estimated uncertainty

**OR**

$$X_{mean} \pm u_x$$

- การหาค่า Uncertainty ในปัจจุบันได้มีหลายหน่วยงานที่พยายามหาวิธีที่จะคำนวณค่าดังกล่าวออกมาให้มีความเข้าใจง่ายที่สุด และไม่ซับซ้อน โดย 2 ตัวอย่างที่นิยมใช้เป็นแบบแผนในการคำนวณ ได้แก่ Eurachem และ UKAS (United Kingdom Accreditation Service) ซึ่งในที่นี้จะนำเสนอแนวทางการคำนวณของ UKAS เป็นหลัก เพื่อให้ได้เข้าใจถึง หลักการและแนวคิดที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับงานของตนได้อย่างไม่ยากนัก

  - Uncertainty เป็น parameter ที่ข้องเกี่ยวกับผลของการวัด ว่ามีช่วงของค่าที่เป็นไปได้ ซึ่งเกิดจากความไม่แน่นอนของการวัดอยู่เท่าไรในระดับความเชื่อมั่นที่เหมาะสม

  - อาทิเช่น ในการวัดความกว้างของผ้าผืนหนึ่ง จะรายงานว่า "กว้าง 2 $\pm$ 1 cm" ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % ค่า 1 cm ที่รายงานในที่นี้ไม่ใช่ค่า standard deviation แต่เป็นค่า uncertainty จากการวัดว่ามีความไม่แน่นอนของการวัดในครั้งนี้ $\pm$ 1 cm

# ทำไมถึงต้องคำนวณหาค่า uncertainty ในทางวิเคราะห์

ประโยชน์ต่าง ๆ ของค่า uncertainty สามารถสรุปเป็นข้อ ๆ ได้ดังนี้

1. ค่า uncertainty จะเป็นปริมาณที่บ่งชี้ให้เห็นถึงคุณภาพ (quality) ของการวัดนั้น ๆ

2. สามารถนำมาใช้เป็น parameter หนึ่งในการเปรียบเทียบผลของการวัดระหว่างห้องปฏิบัติการ

3. ทำให้ customer นำไปใช้ในการตัดสินใจจากการแปรผลข้อมูล ซึ่งจะได้ข้อมูลที่ละเอียดมากยิ่งขึ้น โดยค่าที่รายงานจะรวมถึงความไม่แน่นอนจากการวัดทั้งระบบ

4. สามารถนำมาเป็น factor ที่ใช้พิจารณา วิธีวิเคราะห์ วิธีการวัดว่าควรต้องมีการปรับปรุงแก้ไขหรือไม่วิธีการวัดที่กำหนดไว้มีค่าความไม่แน่นอนสูงเพียงใด และอาจจะทำการลดค่าความไม่แน่นอนดังกล่าวลงโดยการปรับปรุงวิธีการวัดใหม่ได้

# Uncertainty ต่างกับ ค่า Error อย่างไร

หลายคนอาจมีความเข้าใจผิดว่า ค่า uncertainty นั้นก็คือค่า error แต่แท้จริงแล้วคำนิยามของทั้ง 2 ตัวแตกต่างกันเนื่องจาก :

- **Error** เป็นความแตกต่างระหว่างค่าที่วัดได้ (measured value) กับค่าที่แท้จริงที่ควรจะเป็น (true value) error of measurement เองสามารถจำแนกได้เป็น 2 ชนิดคือ random error และ systemic error

- **Uncertainty** เป็นค่าที่เกิดจากความไม่ แน่นอนของการวัด (quantification of the doubt) ซึ่งจะบอกช่วงความไม่แน่นอน ช่วงที่เป็นไปได้ของ ผลที่วัดได้นั้น

# 3.3 ทฤษฎีค่าผิดพลาด *(Error Theory)*

ความแตกต่างระหว่างค่าจริงกับค่าวัดเกิดขึ้นได้จาก 2 กรณีคือ

1. **กระทำการวัดผิด (mistake)** หมายถึงผู้วัดทำการวัดไม่ถูกต้อง หรือใช้เครื่องมือไม่ถูกต้อง หรืออ่านค่าผิด
2. **ค่าผิดพลาด (error)** เป็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นโดยที่ผู้วัดทำการวัดถูกต้องแล้ว ค่าผิดพลาดนี้แบ่งออกได้เป็น 2 ชนิดคือ
   - **ค่าผิดพลาดเชิงระบบ**
   - **ค่าผิดพลาดสุ่ม**

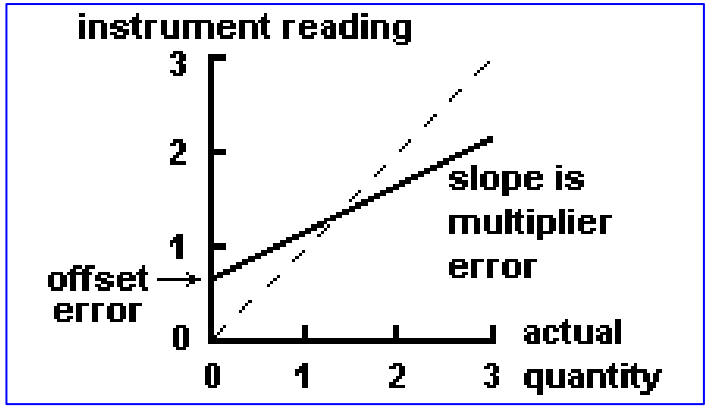
# 3.3.1. ค่าผิดพลาดเชิงระบบ *(Systematic error, fixed error, bias error)*

- เมื่อทำการวัดปริมาณเดิมซ้ำหลายๆครั้ง โดยใช้ระบบการวัดและวิธีการวัดแบบเดียวกันรวมทั้งได้ควบคุมสภาวะแวดล้อมให้คงเดิมทุกประการแล้ว**ได้ผลการวัดที่มีค่าผิดพลาดใกล้เคียงกันทุกครั้ง** ค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นนี้ จะเรียกว่าค่าผิดพลาดเชิงระบบ
- ถ้าผู้วัดไม่ทราบค่าจริงก่อนจะทำการวัด ก็อาจไม่รู้ว่ามีค่าผิดพลาดเชิงระบบเกิดขึ้นในผลการวัด
- **การตรวจหาค่าผิดพลาดเชิงระบบทำได้ด้วยกระบวนการวัดแบบทำซ้ำ**
- สามารถคาดการณ์ค่าที่วัดได้ว่าจะมีการเบี่ยงเบนไปในทิศทางใด โดยเกิดจาก systemic effect error ประเภทนี้ไม่สามารถลดด้วยการเพิ่มจำนวนครั้งของการวัดให้มากขึ้นได้

- **สาเหตุของค่าผิดพลาดเชิงระบบส่วนใหญ่เกิดจาก** ตัวเครื่องมือวัด และระบบการวัดเอง
  - การกำหนดวิธีการวัดไม่เหมาะสม การใช้เครื่องมือวัดไม่ถูกต้อง
  - ออกแบบระบบการวัดไม่เหมาะสม
  - ปรับแต่งเครื่องมือไม่เหมาะสม เครื่องมือวัดและเก็บบันทึกผลมีความผิดพลาด
  - เกิดจากการควบคุมสภาพแวดล้อมบางอย่างไม่ดีพอ

- **ค่าที่หาจากความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่วัดได้กับค่าเฉลี่ยจริงที่เครื่องมือวัดสามารถวัดได้**

# ตัวอย่างของค่าผิดพลาดเชิงระบบ *(Systematic error)*




**Offset** or **zero setting error** in which the instrument does not read zero when the quantity to be measured is zero.

**Multiplier** or **scale factor error** in which the instrument consistently reads changes in the quantity to be measured greater or less than the actual changes.

Errors in measurements of temperature due to poor thermal contact between the thermometer and the substance whose temperature is to be found,

Errors in measurements of solar radiation because trees or buildings shade the radiometer.

**The accuracy of a measurement is how close the measurement is to the true value of the quantity being measured. The accuracy of measurements is often reduced by systematic errors, which are difficult to detect even for experienced research workers.**

# 2.3.2. ค่าผิดพลาดสุ่ม (random error, precision error)

เมื่อทำการวัดปริมาณเดิมซ้ำหลายๆครั้ง โดยใช้ระบบการวัดและวิธีการวัดแบบเดียวกันรวมทั้งได้ควบคุมสภาพแวดล้อมให้คงเดิมทุกประการ แล้ว **ได้ผลการวัดที่มีค่าผิดพลาดแตกต่างกันไป** รวมทั้งมีทิศทางที่ไม่แน่นอนคือ มีทั้งค่าบวกและลบ ค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นนี้คือ **ค่าผิดพลาดสุ่ม**

- มักไม่ทราบสาเหตุที่ทำ ให้เกิด error ได้ และมักเป็น random effect โดยไม่สามารถคาดการณ์ว่าจะเป็น error ในทิศทางใด แต่ทั้งนี้การเพิ่มจำนวนครั้งของการวัดให้มากขึ้น สามารถลด error ชนิดนี้ลงไปได้
- ค่าผิดพลาดสุ่มมักมีค่าไม่มากแต่ขจัดให้หมดไปเลยไม่ได้ ทำได้แค่ให้ลดลง และใช้วิธีการวิเคราะห์ทางสถิติในการขจัดออกไปจากผลการวัด

- **สาเหตุของค่าผิดพลาดสุ่ม**
  - ส่วนใหญ่เกิดจากสัญญาณรบกวน
  - การสั่นสะเทือน
  - การอ่านค่าวัดที่มีความจำแนกชัดไม่เพียงพอ หรืออาจมี
  - สภาวะแวดล้อมบางอย่างที่ควบคุมไม่ได้

- **ค่าที่หาจากค่าการกระจายทั่วไปของข้อมูลที่วัดได้**

# ตัวอย่างของค่าผิดพลาดเชิงสุ่ม *(Random error)*

- electronic noise in the circuit of an electrical instrument,
- irregular changes in the heat loss rate from a solar collector due to changes in the wind.

The **precision** of a measurement is how close a number of measurements of the same quantity agree with each other. The precision is limited by the random errors. It may usually be determined by repeating the measurements.

**Resolution**

The **resolution** of an instrument is the smallest possible difference between separate values of the output (in other words how fine the scale of the instrument is).

A high resolution is necessary for high accuracy, but it does not give high accuracy when there are large systematic and random errors. We should choose instruments that have a sufficient resolution for the measurements to be made, but there is no need for a resolution greater than the systematic and random errors in the experiments.

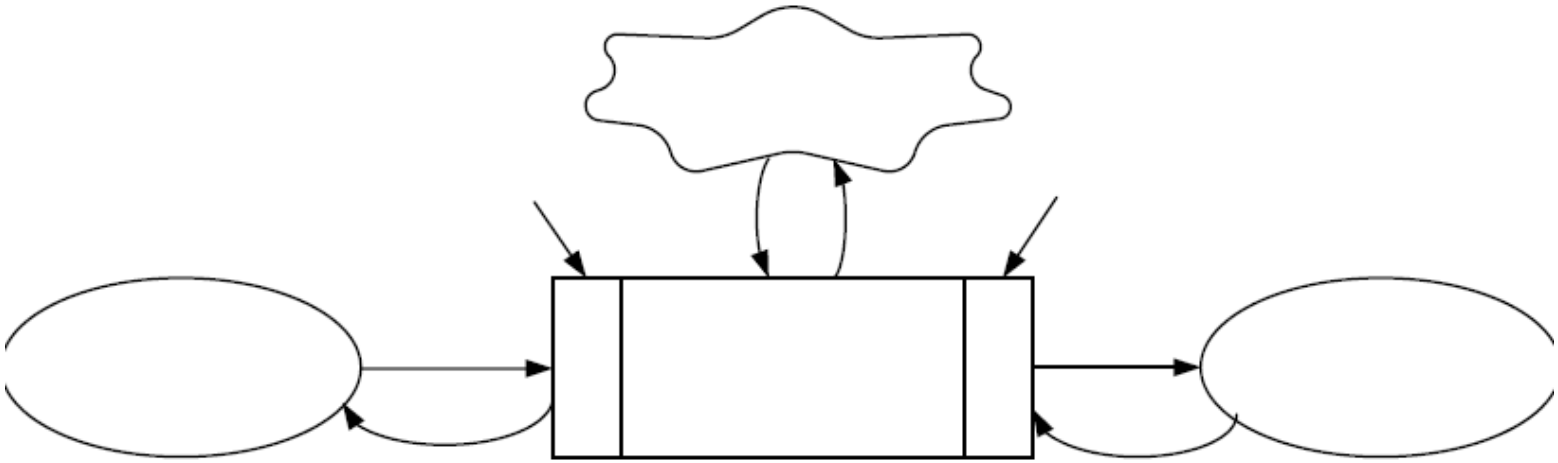
# Conclusion

- **Systematic errors** obey mathematical and/or physical laws, and thus are predictable, correctable or avoidable.

- **Random errors**, by contrast, were explained as being **unavoidable**, because of imperfections in measurement systems (people, instruments, and nature). Such errors can be controlled, minimized, investigated and estimated, but **never eliminated**. They follow statistical laws of probability, and in this sense do have some predictability when studies are made to evaluate them.

# 2.3.3. สาเหตุของค่าผิดพลาด *(source of error)*

- สาเหตุของค่าผิดพลาดเกิดจากระบบการวัดได้รับผลกระทบ และส่งผลไปรบกวนระบบอื่นที่อยู่โดยรอบคือ ระบบภายใต้การวัด สภาพแวดล้อมและ ออปเซอร์ฟเวอร์ (observer)



# ขั้นตอนการประมาณค่า Uncertainty

## Step 1. Specify measurand

ระบุให้ชัดเจนว่าต้องการวัดอะไร อาทิ เช่น ต้องการหาความเร็วในการไหลของอากาศผ่านท่อส่งอากาศ

## Step 2. Identify uncertainty sources

- ทำการหาแหล่งที่มาหรือขั้นตอนที่ทำให้เกิด uncertainty ขึ้นมาให้ละเอียดครบถ้วนทุกปัจจัย เช่น เครื่องมือที่ใช้วัด วิธีการ sampling, นักวิเคราะห์ หรือสิ่งแวดล้อมที่อาจส่งผลกระทบต่อการวัด หรือการวิเคราะห์นั้นได้ ในขั้นนี้ต้องพยายามเรียบเรียงปัจจัยต่าง ๆ ให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้

- ในการหา uncertainty source นั้น ต้องอาศัยความรู้ที่จะประเมินหา parameter ต่าง ๆ อย่างเหมาะสมอาจต้องมีการรวบรวมความคิดจากนักวิเคราะห์หลาย ๆ คน เพื่อที่จะได้ปัจจัยที่สมบูรณ์ที่สุด

# Step 3. Quantify uncertainty compounds

คำนวณหรือประมาณค่าของ uncertainty ของแต่ละปัจจัยที่เรียบเรียงไว้ใน Step 2 ในขั้นนี้ จะพบว่าปัจจัยบางปัจจัยมีผลกระทบต่อการวัดค่อนข้างมาก ค่าที่ออกมาเป็นตัวเลขจะมีค่าสูง ส่วนบางปัจจัยที่อาจส่งผลกระทบน้อยมาก ดังนั้นจึงทำการตัดปัจจัยที่มีผลกระทบน้อยออกจากการคำนวณได้

วิธีการประมาณค่าออกมาได้มีด้วยกัน หลายวิธี ได้แก่

- จากการทดลอง เช่นการทำซ้ำ (repeatability)
- จากข้อมูลที่มีอยู่เดิม เช่น cali-bration certificate ของเครื่องแก้ว/เครื่องชั่ง ฯลฯ
- จากการประมาณของนักวิเคราะห์โดยใช้ประสบการณ์และยึดหลักทฤษฎีในการตัดสินใจ

# Step 3. Quantify uncertainty compounds (ต่อ)

**ก่อนที่จะประมาณค่า uncertainty ของแต่ละปัจจัย ต้องตอบคำถาม 2 ข้อ ดังนี้**

**1. Source ของ uncertainty นั้นจัดเป็น type A หรือ type B**

- Type A : เกิดจากการคำนวณค่าจากการทดลองซ้ำ ๆ (repeated observation) หรืออาจเรียกอีกอย่างว่าเป็นการทำ Repeatability

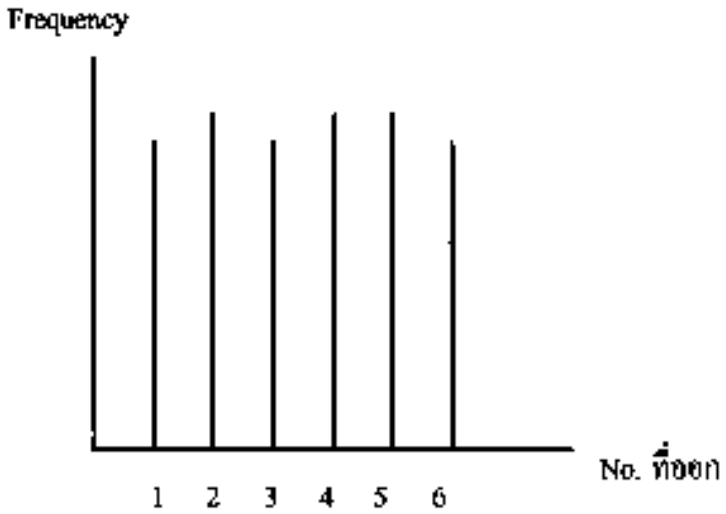
- Type B : เป็นการประเมินโดยวิธีอื่น ๆ ที่ไม่ใช่ทำ Repeatability เช่น การใช้ข้อมูลจาก calibration certificate, การนำ resolution ของเครื่องมือมาใช้ และปัจจัยทาง environment ที่เกี่ยวข้องในการทดลอง

**2. การกระจายตัวของค่าที่วัดจัดเป็น distri-bution แบบใด**

รูปแบบการกระจายตัวที่เป็นไปได้มีดังนี้

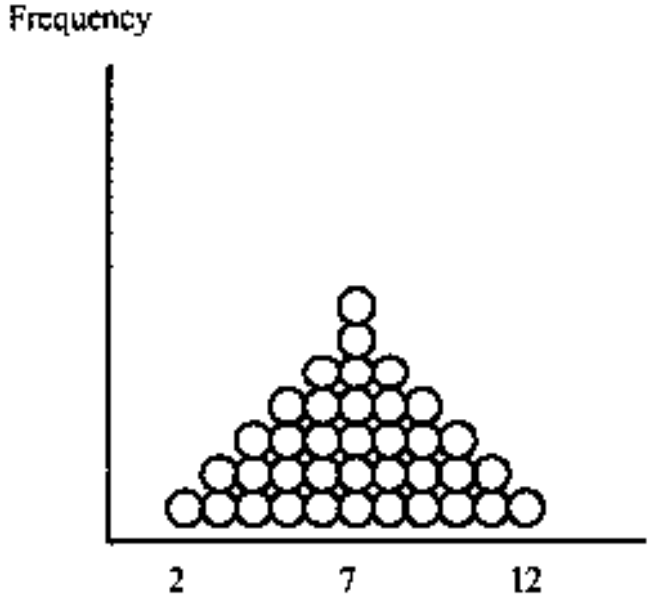
# -Rectangular distribution

- ตัวอย่างได้แก่ การโยนลูกเต๋า 1 ลูก โอกาสที่จะออกหน้าแต่ละหน้ามีเท่า ๆ กัน และเมื่อมีการโยนหลาย ๆ ครั้ง แล้วนำมา plot distribution จะได้ดังภาพ



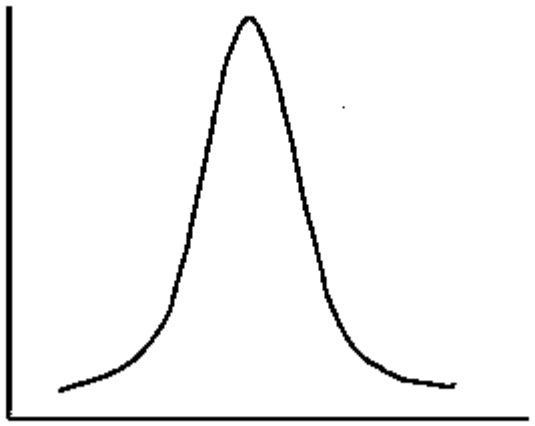
# Triangular distribution

- ตัวอย่างได้แก่ การโยนลูกเต๋า 2 ลูก ซึ่งโอกาสที่แต้มที่จะเป็นไปได้จะอยู่ระหว่าง 2-12 แต่จะมีบางค่าที่ในการออกจะมากกว่าค่าอื่น เช่น 7 เป็นต้น ดังนั้นรูปแบบการกระจายจึงคล้ายสามเหลี่ยม ดังภาพ



# Normal distribution หรือ Gaussian distribution

- เป็นรูปแบบการกระจายตัวแบบปกติ โดยเฉพาะจะวัดในประชากรที่มีขนาดใหญ่ โดยที่ค่าส่วนใหญ่ จะกระจายอยู่ในช่วงค่าเฉลี่ยค่อนข้างมาก ดังนั้นจึงเป็นลักษณะของรูประฆังคว่ำ



# Step 3. Quantify uncertainty compounds (ต่อ)

ในการ estimate uncertainty ว่ามีวิธีการกระจายตัวแบบใดนั้น มีหลักในการจำแนก type of distribution ดังนี้

1. ถ้า source of uncertainty นั้นได้มาจาก calibrate certificate หรือได้มาจากการทำ repeatability ของการทดลอง ถือว่าการกระจายตัวนั้นเป็นแบบ "Normal Distribution"

2. สำหรับ Type B ถ้าไม่ระบุว่าเป็น distribution แบบใดให้ถือว่าการกระจายตัวเป็นแบบ **"Rectangular distribution"**

# Step 4. Calculate combined uncertainty

หลังจากที่ได้ทราบค่า **individual uncertainty** ของแต่ละปัจจัยแล้ว ใน step 4 จะต้องทำการรวมปัจจัยดังกล่าวเข้าด้วยกัน ให้เป็นค่าเพียงค่าเดียว โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

**ขั้นที่ 1**

- **Type A** การที่รายงานค่าที่ได้จากการทำ repeatability จะรายงานเป็นค่า **standard deviation of mean** หรือ **S(q)**

$$S(\bar{q}) = \frac{S(q_j)}{\sqrt{n}}$$

โดยที่ $$S(q_j) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(q_i - \bar{q})^2}{n-1}}$$

S(q) = standard deviation of mean

S(qj) = standard deviation of population
estimated from sample

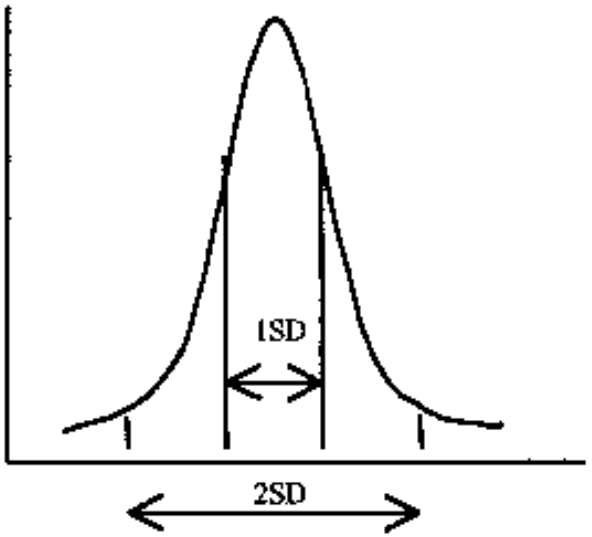
n = จำนวนครั้งที่ทำการทดลอง

qj = ข้อมูลแต่ละชุด j = 1,2…n

q = ค่าเฉลี่ยของข้อมูล

- **Type B** นำค่าจากใบ **calibration certi-ficate** มาใช้หรืออาจประมาณจากข้อมูล หรือประสบการณ์จากเครื่องมือ หรือการวิเคราะห์ เช่น ประมาณค่า resolution ของเครื่องชั่ง ไว้ = + 0.5 gm

**<u>ขั้นที่ 2</u>** - ทำการแปลงค่าที่ประมาณของ แต่ละปัจจัยให้อยู่ในช่วง 1 SD (one standard deviation) ซึ่งโดยปกติ 1SD พื้นที่ใต้กราฟจะอยู่ในช่วง 68 %, + 2SD พื้นที่ใต้กราฟจะอยู่ในช่วง 95 %



ในการแปลงค่า ให้นำค่า relevant factor ไปหาร (divisor) ค่าที่ทำการประมาณค่า deviation ของแต่ละปัจจัย ค่าที่ได้ใช้สัญลักษณ์ U(xi) โดยยึดหลัก ดังนี้

**Relevant factor**

: กรณีที่ source เป็น normal distribution

- Type A (repeatability) = 1
- จาก calibration certificate = 2

: กรณีที่ source เป็น rectangular distribution = 3

: กรณีที่ source เป็น triangular distribution = 6

ขั้นที่ 3 - ทำการรวม uncertainty ของแต่ละปัจจัยให้เป็นค่าค่าเดียว (combined individual uncertainty) โดยใช้สูตร ดังนี้

$$U_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} C_i^2 U^2(x_i)} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} U_i^2(y)}$$

กำหนดให้

Uc(y) = combined uncertainty

Ci = sensitivity coefficient ซึ่งมักได้มาจากการทดลอง แต่โดยทั่วไปใช้ค่า = 1

U(i) = ค่า individual uncertainty จาก ขั้นที่ 2

Ui(y) = individual uncertainty ที่คูณกับ sensitivity coefficient ซึ่ง = CiU(xi) ในที่นี้ Ci = 1

## **ขั้นที่ 4** - ทำการขยายขอบเขตค่า uncertainty

- ทำการขยายขอบเขตค่า uncertainty ที่ทำการรวมเป็นค่าเดียวในขั้นที่ 3 ให้อยู่ในช่วงที่กว้างขึ้น (expanded uncertainty) คือ ให้มีระดับความเชื่อมั่นที่ 95 % นั่นคือ จะต้องทำการคูณ
  ด้วย **coverage factor (k)** ด้วย "2" ซึ่งค่า k = 2 มักใช้ในกรณีที่เป็น testing lab โดยทั่ว ๆ ไป ในกรณีที่ต้องการระดับความเชื่อมั่นที่ 99.9 % จะใช้ค่า k = 3

- expanded uncertainty = k Uc(y)

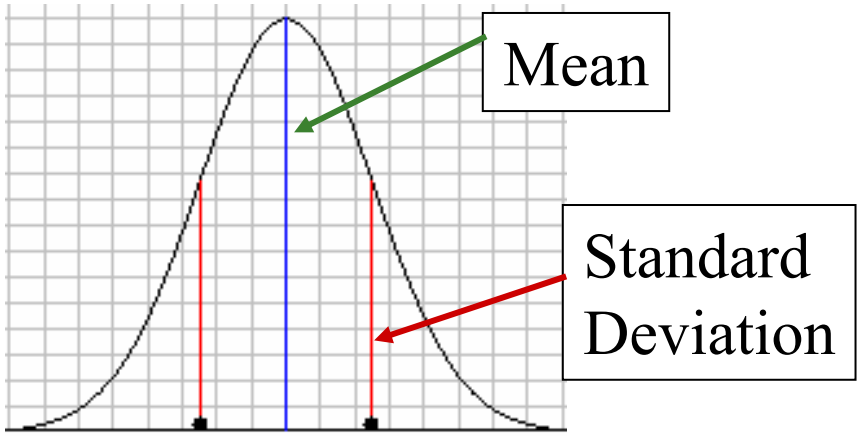
# How to Evaluate Uncertainty

- One method:
  - Make a large number of observations and statistically evaluate them

- Another method:
  - Use scientific judgment based on “available information.”
  - Sources of information include:
    - Manufacturer’s specifications
    - Data provided in calibration reports
    - Previous measurement data
    - Experience with or general knowledge of the behavior and properties of relevant materials and instruments

# Standard Deviation and the Normal Distribution

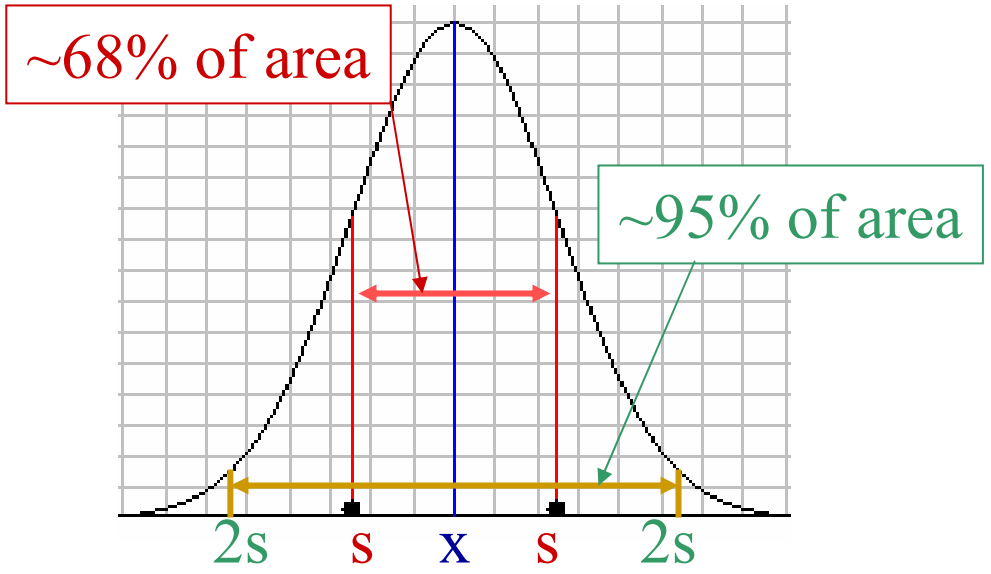
- Data of a random nature distributes itself very neatly in the shape of a bell




- Key parameters
  - arithmetic mean
  - standard deviation
- Unfortunately:
  - the arithmetic mean calculated from a set of readings is not likely to be the same value that would be obtained if a larger number of readings were taken
  - The SD will likely be too small
  - The method of compensating for this uses the student's t distribution to increase the standard deviation
  - We will use this!

# Error for Large Sample Sizes

- Important descriptive statistics:
  - Arithmetic mean, x  Standard deviation, s
- For a *very large* sample size, a good estimate for a measurements uncertainty is: **x-2s<95% of values<x+2s**
  - 95% probability that any new observation will fall within this interval
- What is a "large" sample?
  - Roughly >30 samples



# Error for Small Sample Sizes

$$\bar{x} - t_{\upsilon,95} s < \text{measurement} < \bar{x} + t_{\upsilon,95} s$$

- Use the Student's "t" Distribution to account for small number of measurements (< 30)
- Need to determine tn,95 and use to weight s
- What's n?
  - degrees of freedom and equals sample size minus 1 => n-1
- What's the  95? And what's the significance level, a?
  - Stuff outside. So 0.05 indicates 95% confidence interval
  - For a two sided test look at the column corresponding to a/2=0.025
- How to find t?
  - Look up in tables, for example for n=5, t=2.776

# Understand the Difference Between:

- 95% confidence interval of all possible measurements

$$\bar{x} - t_{\upsilon,95} s < \text{measurement} < \bar{x} + t_{\upsilon,95} s$$

- 95% confidence interval containing the population mean ("true value")

$$\bar{x} - t_{\upsilon,95} \frac{s}{\sqrt{n}} < \text{measurement} < \bar{x} + t_{\upsilon,95} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

# Combining Random and Systematic Errors

- Estimate magnitude of uncertainty due to random errors, $u_{ran}$
- Estimate magnitude of uncertainty due to systematic errors, $u_{syst}$
- Combine by square-root sum of squares:

$$u = \sqrt{(u_{ran})^2 + (u_{syst})^2}$$

# Propagating Errors

- You need to use your measurements to calculate a result,
  R = f(x1, x2, …, xn)
- You must estimate the uncertainty in this calculated result, uR.
  HOW?
- Use the uncertainties in your measurements that you estimated, for example, u1 which is the uncertainty in x1...

$$u_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial x_1} u_1\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial R}{\partial x_n} u_n\right)^2}$$

# Example

- Measuring resistance: say you measure a resistor, R1, 6 times

| Trial 1 | Trial 2 | Trial 3 | Trial 4 | Trial 5 | Trial 6 | mean | s |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.9 Ω | 2.8 Ω | 3.0 Ω | 2.8 Ω | 3.3 Ω | 3.2 Ω | 3.0 Ω | 0.12 Ω |

  - What is the uncertainty in R1?
    - Students t for n=6, 95%=2.571 => uR1= t5,95*s/sqrt(n)=0.1259=**0.1W**
    - So we can say that R1=3.0±0.1 W
  - What if there was a known systematic error of 10%?
- Three resistors in series:
  - Measured resistance in R1 is 3.0 +/- 0.5 Ohm
  - Measured resistance in R2 is 4.5 +/- 0.8 Ohm
  - Measured resistance in R3 is 2.1 +/- 0.3 Ohm
- Overall Resistance?
  - R = R1+R2+R3
  - Point estimate of R = 9.6 Ohm
  - Uncertainty in estimate =
  - R = 9.6 +/-1.0 Ohm

# 2.4 การวิเคราะห์ข้อมูล (Data analysis)

## 2.4.1 เลขนัยสำคัญ (significant digits)

ข้อมูลการวัดต้องนำมาปัดเศษก่อนการพิจารณาเพิ่มเติม

1. หลักใดที่ไม่เป็นเลข 0 ให้นับเป็นเลขนัยสำคัญทั้งหมด
2. หลักที่เป็นเลข 0 แต่อยู่ระหว่างหลักที่ไม่เป็นเลข 0 ให้นับเป็นเลขนัยสำคัญ
3. หลักที่เป็นเลข 0 ที่อยู่ทางซ้ายมือของหลักแรกที่ไม่เป็นเลข 0 ไม่ว่าจะอยู่หน้าหรือหลังจุดทศนิยม ไม่นับเป็นเลขนัยสำคัญ
4. ในกรณีชุดตัวเลขที่ไม่มีจุดทศนิยม หลักที่เป็นเลข 0 ที่อยู่ทางขวามือของหลักสุดท้ายที่ไม่เป็นเลข 0 โดยปรกติจะไม่นับเป็นเลขนัยสำคัญ
5. ในกรณีชุดตัวเลขที่มีจุดทศนิยม หลักที่เป็นเลข 0 ที่อยู่ทางขวามือของหลักสุดท้ายที่ไม่เป็นเลข 0 ให้นับเป็นเลขนัยสำคัญทั้งหมด

# 2.4.2 เลขปัดเศษ (rounding number)

การปัดเศษเป็นการปัดตัวเลขทางขวามือทั้งหมดที่ต่อจากหลักสุดท้ายของเลขนัยสำคัญทิ้งไป

**หลักการปัดเศษ**มีดังนี้

1. ถ้าตัวเลขหลักแรกที่ต่อจากเลขนัยสำคัญหลักสุดท้ายมีค่าน้อยกว่า 5 ให้ปัดเลขทางขวาออกได้ทั้งหมด โดยไม่ต้องเปลี่ยนแปลงตัวเลขที่เหลือ
2. ถ้าตัวเลขหลักแรกที่ต่อจากเลขนัยสำคัญหลักสุดท้ายมีค่ามากกว่า 5 ให้เพิ่มค่าในเลขหลักถัดไปทางซ้ายมือโดยการบวก 1
3. ถ้าตัวเลขหลักแรกที่ต่อจากเลขนัยสำคัญหลักสุดท้ายมีค่าเท่ากับ 5 และไม่มีเลขต่อท้ายทางขวาหรือเลขที่ต่อท้ายเป็น 0 ทั้งหมด ให้ใช้หลักปัดเศษให้เป็นเลขคู่ (round-even number) คือถ้าเลขหลักสุดท้ายเป็นเลขคี่ให้บวกเพิ่มอีก 1 แต่ถ้าเลขเดิมเป็นเลขคู่ก็ไม่ต้องเพิ่มค่า

# 2.4.3. การปัดเศษของค่าจากการคำนวณ

เมื่อทำการคำนวณผลการวัดหลายๆค่า แต่ละจำนวนอาจมีเลขนัยสำคัญไม่เท่ากัน ต้องทำการปัดเศษผลคำนวณก่อนนำไปใช้งาน

**1. การบวกและการลบ**

ให้ใช้ตัวเลขทั้งหมดมาคำนวณ เสร็จแล้วดูจากทางซ้ายมาทางขวาเพื่อหาหลักสุดท้ายที่เป็นเลขนัยสำคัญของทุกจำนวนที่นำมาคำนวณ หลักแรกสุดที่พบคือตำแหน่งที่จะปัดเศษ

**2. การคูณและการหาร**

ให้ใช้ตัวเลขทั้งหมดมาคำนวณ แล้วดูว่าแต่ละจำนวนที่นำมาคำนวณนั้นมีเลขนัยสำคัญกี่หลัก ให้ปัดเศษผลลัพธ์ให้มีเลขนัยสำคัญเท่ากับจำนวนที่มีเลขนัยสำคัญน้อยที่สุดแล้วเพิ่มต่อท้ายอีก 1 หลัก

# 2.4.4. สถิติ (Statistic)

กระบวนการทางสถิติแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน

- ขั้นแรกเป็นการเก็บข้อมูล จัดการข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และแสดงผลให้อยู่ในรูปที่เข้าใจได้ง่าย
- ขั้นที่สองคือ การแปรความหมายและสรุปผล

- ค่าวัดที่ได้จากการทวนซ้ำแต่ละครั้งเรียกว่า ค่าชักตัวอย่าง **(sampled value)** ความแตกต่างของค่าวัดที่ได้มานั้นคือ การกระจาย **(distribution)** ของข้อมูล ขั้นตอนวัดเพื่อให้ได้ค่าวัดมานี้คือ การเก็บข้อมูล

**46 45 52 54 49 50 46 52 48 55**

**50 49 51 53 50 50 55 48 49 52**

**51 50 53 50 49 51 54 47 48 47**

**47 50 49 48 51 52 50 51 50 52**

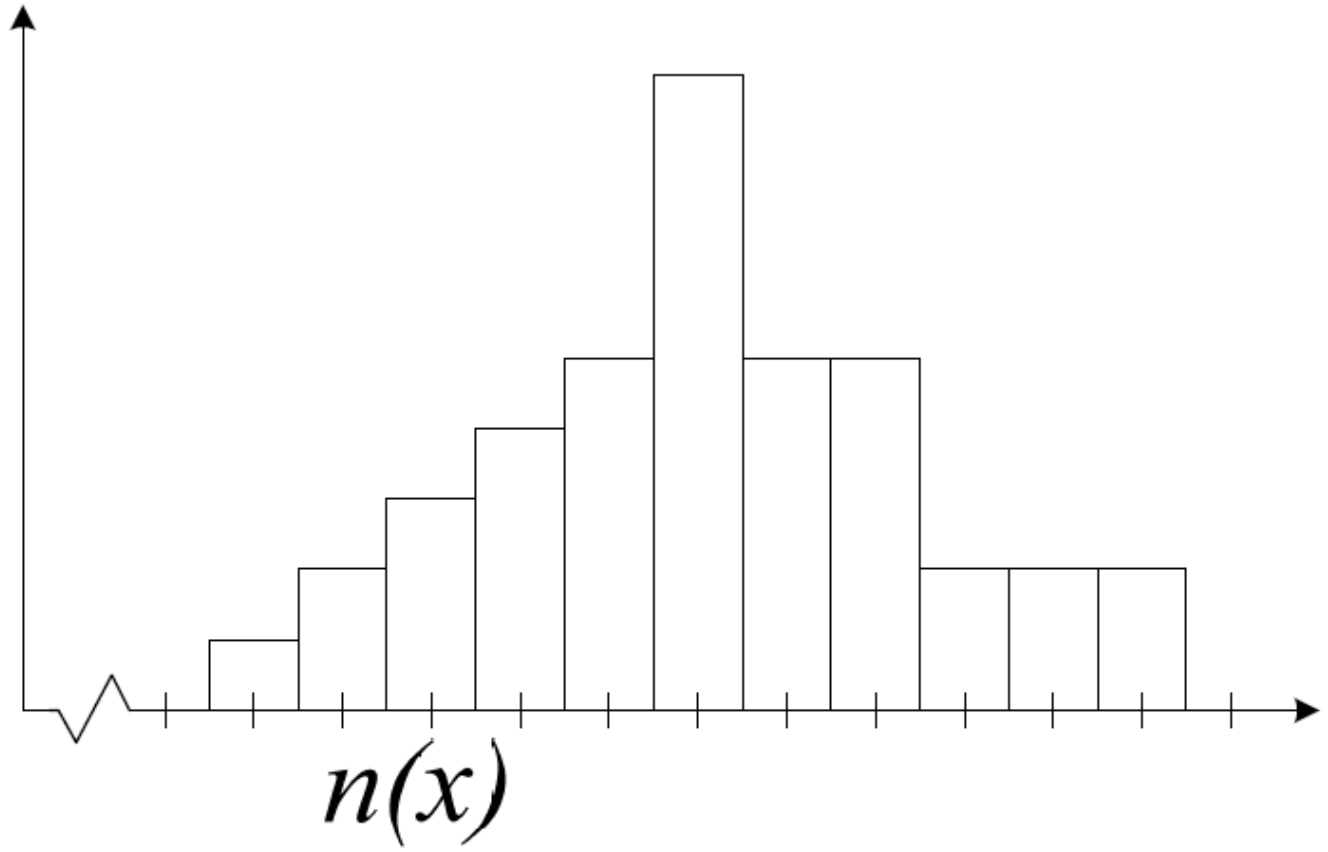
ขั้นตอนต่อไปคือการจัดข้อมูลให้เป็นระเบียบ

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **45** | **46** | **46** | **47** | **47** | **47** | **48** | **48** | **48** | **48** |
| **49** | **49** | **49** | **49** | **49** | **50** | **50** | **50** | **50** | **50** |
| **50** | **50** | **50** | **50** | **51** | **51** | **51** | **51** | **51** | **52** |
| **52** | **52** | **52** | **52** | **53** | **53** | **54** | **54** | **55** | **55** |

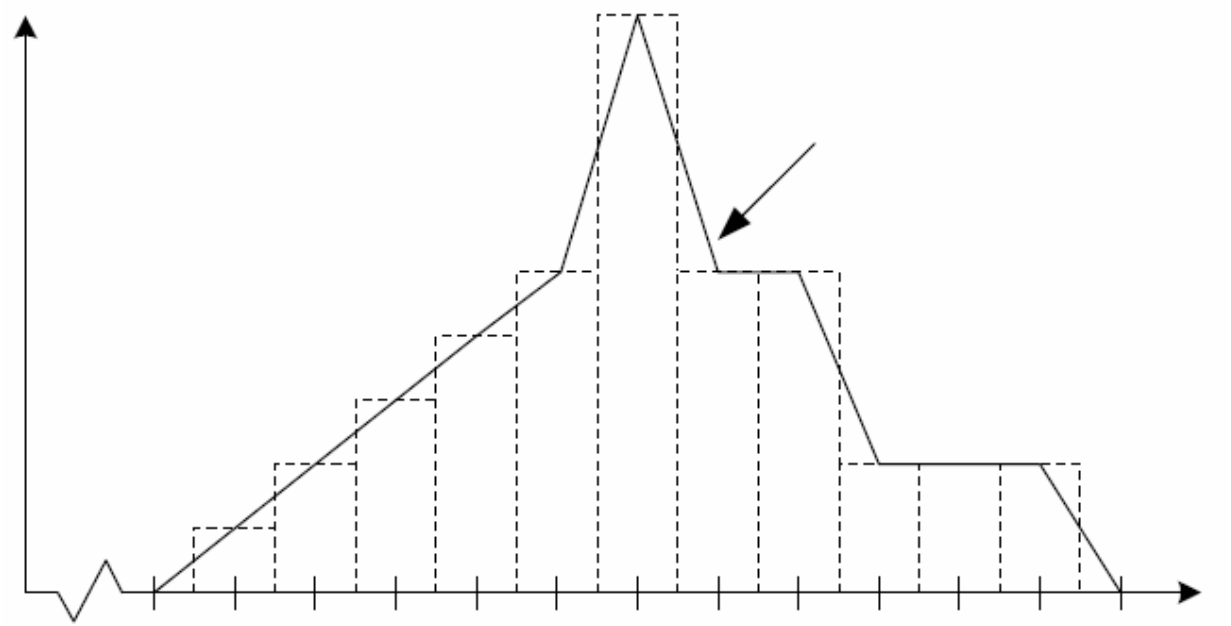
ต่อไปคือการวิเคราะห์และจัดแสดงในรูปที่เหมาะแก่การพิจารณา

| ค่าวัด (measured value) | ความถี่สัมบูรณ์ (Absolute frequency) | ความถี่สัมพัทธ์ (Relative frequency) |
|---|---|---|
| 45 | 1 | 0.025 |
| 46 | 2 | 0.050 |
| 47 | 3 | 0.075 |
| 48 | 4 | 0.100 |
| 49 | 5 | 0.125 |
| 50 | 9 | 0.225 |
| 51 | 5 | 0.125 |
| 52 | 5 | 0.125 |
| 53 | 2 | 0.050 |
| 54 | 2 | 0.050 |
| 55 | 2 | 0.050 |

# นำผลจากตารางมาแสดงเป็นแผนภูมิแท่ง (bar chart)



- เปลี่ยนแนวแกนตั้งของแผนภูมิแท่งให้เป็นค่าความถี่สัมพัทธ์ $f(x)$ แล้วหารด้วยค่าความกว้างของแท่งกราฟ $\Delta x$ จะได้เป็นแผนภูมิฮีสโตแกรม(histogram) แล้วลากเส้นต่อยอดของแท่งกราฟโดยให้ปลายทั้งสองข้างแตะเส้นศูนย์จะได้เส้นโพลีกอนของความถี่ (frequency polygon)



- ถ้าทำการวัดทวนซ้ำมากครั้งพอ และให้ค่าวัดมีความจำแนกชัดที่ละเอียดมากจนกระทั่ง เส้นโพลีกอนจะกลายเป็นเส้นโค้งความถี่ของค่าชักตัวอย่างที่เรียกว่า PDF: ถ้าการกระจายของค่าชักตัวอย่างเกิดจากสัญญาณรบกวนสุ่มเพียงอย่างเดียว ก็จะได้ PDF เป็นแบบปรกติหรือเกาส์เซียน (normal or Gaussian Distribution)
- ขั้นตอนสุดท้ายคือ การแปรความหมายของผลการวัด ซึ่งจะได้เป็นตัวเลขต่างๆที่คำนวณได้จากผลการวัด: ตัวกลางเลขคณิต (arithmetic mean)

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

- ความแปรปรวน (variance) และความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) เป็นตัวบอกลักษณะการกระจายของข้อมูล

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

- โดย $s_x^2$ = ความแปรปรวน

$s_x$ = ความเบี่ยงเบนมาตรฐานถ้ากำหนดให้ $f(x)$ เป็น PDF ของผลการวัด และสมมติให้ $n \to \infty$ จะเขียนสมการของความเบี่ยงเบนมาตรฐานได้เป็น

$$\sigma_x = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 f(x)\,\mathrm{d}x}$$