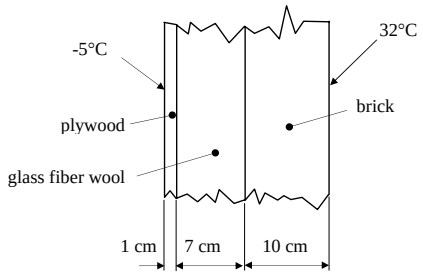
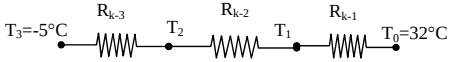
Problem 2.1

Walls of a cold-storage room are constructed of 10 cm thick brick on the outside and 1 cm thick plywood on the inside. Sandwiched between the brick and the plywood is glass fiber insulation that is 7 cm thick. The inside surface temperature is to be maintained at -5°C and the outside surface temperature is 32°C. In order to estimate the cooling capacity of a refrigeration system, the heat flow through the wall per square meter must be determined.



วิธีทำ จากรูปสามารถเขียนแผนภาพความต้านทานการนำความร้อนผ่านผนังระนาบผสมที่จัดเรียงแบบขนานได้ดังนี้



สมมติฐาน: 1.) การนำความร้อนในสภาวะคงที่ 2.) การนำความร้อนในหนึ่งมิติ 3.) ไม่มีแหล่งความร้อนก่อตัวขึ้นภายใน และเป็นการนำความร้อนผ่านผนังระนาบผสมที่จัดเรียงแบบขนานดังนั้น

สมการใช้งาน: จากสมมติฐานจะเลือกใช้สมการ ที่ 2.21 เมื่อ $q_x = \dfrac{T_0 - T_3}{R_{k-1} + R_{k-2} + R_{k-3}} = \dfrac{T_0 - T_3}{\Sigma R_n}$

การวิเคราะห์:

หาค่าความต้านทานการนำความร้อนของผนังแต่ละชั้นจากสมการที่ 2.14; $R_k = \dfrac{L}{k \cdot A}$

ผนังชั้นที่ 1 (thick brick) กำหนดให้ค่า k_1=0.72 W/m.K ดังนั้น:

$$R_{k-1} = \frac{\Delta x_1}{k_1 \cdot A} = \frac{0.1}{(0.72)A}\left[\frac{m}{W/m.K}\right] = \frac{0.134}{A}\left[\frac{m^2.K}{W}\right]$$

ผนังชั้นที่ 2 (glass fiber) กำหนดให้ค่า k_2=0.035 W/m.K ดังนั้น:

$$R_{k-2} = \frac{\Delta x_2}{k_2 \cdot A} = \frac{0.07}{(0.035)A}\left[\frac{m}{W/m.K}\right] = \frac{2}{A}\left[\frac{m^2.K}{W}\right]$$

ผนังชั้นที่ 3 (ply wood) กำหนดให้ค่า k_3=0.109 W/m.K ดังนั้น:

$$R_{k-3} = \frac{\Delta x_3}{k_3 \cdot A} = \frac{0.01}{(0.109)A}\left[\frac{m}{W/m.K}\right] = \frac{0.092}{A}\left[\frac{m^2.K}{W}\right]$$

แทนค่าลงในสมการที่ 2.21 จะได้

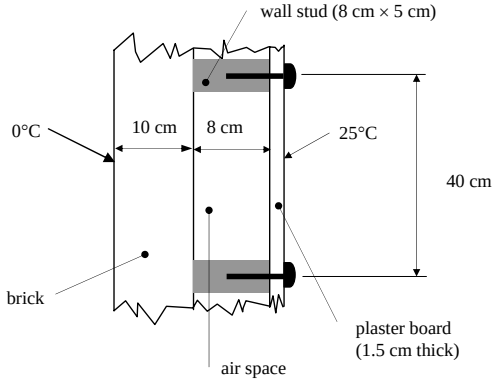
$$q_x = \frac{T_0 - T_3}{(0.134 + 2 + 0.092) \times \frac{1}{A}} = \frac{32 - (-5)}{\left(\frac{2.226}{A}\right)}\frac{[K]}{\left[\frac{m^2.K}{W}\right]}$$

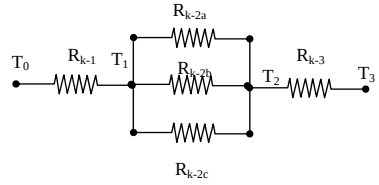
$$\frac{q_x}{A} = \frac{37}{2.226}\left[\frac{W}{m^2}\right] = 16.62\left[\frac{W}{m^2}\right]$$

คำตอบ ดังนั้นจะได้ค่าค่าการนำความร้อนต่อหน่วยพื้นที่ (heat flux) เท่ากับ 16.62 W/m^2

Problem 2.2

A wall as shown in the figure is a typical wall construction for a convention house. Determine the heat flow of 1 section if the wall is 2 m long.





$$q_1 = q_{2a} + q_{2b} + q_{2c} = q_3 = q_x$$

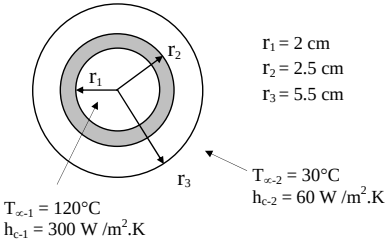
$$q_x = \frac{T_0 - T_3}{R_{k-1} + R_{k-2} + R_{k-3}}$$

$$\frac{1}{R_{k-2}}=\frac{1}{R_{k-2a}}+\frac{1}{R_{k-2b}}+\frac{1}{R_{k-3b}}$$

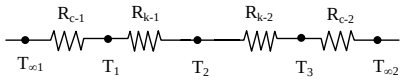
$$q_x=\frac{T_0-T_3}{\frac{\Delta x_1}{(k\cdot A)_1}+\frac{\Delta x_2}{(k\cdot A)_{2a}+(k\cdot A)_{2b}+(k\cdot A)_{2c}}+\frac{\Delta x_3}{(k\cdot A)_3}}$$

Problem 2.3

A steel pipe with 5 cm OD and 4 cm ID carries hot steam at temperature of 120°C. The pipe is insulated with 3 cm thick of glass wool. The convective heat transfer coefficient between the steam and the pipe is 300 W/m^2.K and 60 W/m^2.K for the insulation and the air. Determine the overall heat transfer coefficient for this system and the heat loss for 1 meter if the air temp is 30°C.



<u>วิธีทำ</u> จากรูปสามารถเขียนแผนภาพความต้านทานการนำและการพาความร้อนผ่านผนังหลายชั้นในแนวรัศมีของท่อทรงกระบอกได้ดังนี้



สมมติฐาน: 1.) การนำความร้อนในสภาวะคงที่ 2.) การนำความร้อนในหนึ่งมิติ 3.) ไม่มีแหล่งความร้อนก่อตัวขึ้นภายใน และเป็นการนำและพาความร้อนผ่านผนังหลายชั้นในแนวรัศมีของท่อทรงกระบอกดังนั้น

สมการใช้งาน: จากสมมติฐานจะเลือกใช้สมการ ที่ 2.63 ซึ่งเป็นสมการหาอัตราการถ่ายเทความร้อนที่คำนวณโดยใช้พื้นที่แลกเปลี่ยนความร้อนเป็นพื้นที่ผิวด้านในของท่อชั้นในเมื่อ $q_r = U_1\cdot(2\cdot\pi\cdot r_1\cdot L)(T_{\infty1}-T_{\infty2})$

การวิเคราะห์:

เมื่อค่าความต้านทานความร้อน (thermal resistance) ประกอบด้วย

- ค่าความต้านทานการพาความร้อนที่ผิวด้านในของท่อชั้นในคือ $R_{c-1}=\frac{1}{\bar{h}_{c-1}\cdot 2\cdot\pi\cdot r_1\cdot L}$
- ค่าความต้านทานการพาความร้อนที่ผิวด้านนอกของท่อชั้นนอกสุด คือ $R_{c-2}=\frac{1}{\bar{h}_{c-2}\cdot 2\cdot\pi\cdot r_3\cdot L}$
- ค่าความต้านทานการนำความร้อนของวัสดุท่อชั้นในคือ $R_{k-1}=\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\cdot\pi\cdot k_1\cdot L}$
- ค่าความต้านทานการนำความร้อนของวัสดุท่อชั้นนอกคือ $R_{k-2}=\frac{\ln(r_3/r_2)}{2\cdot\pi\cdot k_2\cdot L}$

ดังนั้น “ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวมที่คำนวณโดยใช้พื้นที่แลกเปลี่ยนความร้อนเป็นพื้นที่ผิวด้านในของท่อชั้นใน (U_1)” คำนวณได้จากสมการที่คล้ายกันกับสมการที่ 2.64 ดังนี้

$$U_1=\frac{1}{\frac{1}{\bar{h}_{c-1}}+\frac{r_1\ln(r_2/r_1)}{k_1}+\frac{r_1\ln(r_3/r_2)}{k_2}+\frac{r_1}{r_3\cdot\bar{h}_{c-2}}}$$

แทนค่าต่างๆลงในสมการข้างบน เมื่อกำหนดให้ใช้ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนของท่อเหล็ก (k_1) เท่ากับ 43 W/m.K และ ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนของ glass wool (k_2) เท่ากับ 0.04 W/m.Kจะได้

$$U_1=\frac{1}{\frac{1}{300.[W/m^2.K]}+\frac{0.02.[m].\ln(0.025/0.02)}{43.[w/m.K]}+\frac{0.02[m].\ln(0.055/0.025)}{0.04.[w/m.K]}+\frac{0.02[m]}{0.055[m]\times 60.[W/m^2.K]}}$$

ดังนั้นค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวมที่คำนวณโดยใช้พื้นที่แลกเปลี่ยนความร้อนเป็นพื้นที่ผิวด้านในของท่อชั้นใน คือ

$$U_1 = 2.477\ [W/m^2.K]$$

ดังนั้นจากสมการที่ 2.63 อัตราการถ่ายเทความร้อนมีค่าเท่ากับ $q_r = U_1\cdot(2\cdot\pi\cdot r_1\cdot L)(T_{\infty1}-T_{\infty2})$

$$q_r = 2.477[W/m^2.K]\times(2\cdot\pi\times 0.02[m]\times 1[m])(120-30)[K]$$

อัตราการถ่ายเทความร้อนที่ความยาวท่อ 1 เมตร จึงมีค่าเท่ากับ $q_r = 28.01\ [W/m]$

ในทางกลับกันหากใช้ อัตราการถ่ายเทความร้อนที่คำนวณจากพื้นที่แลกเปลี่ยนความร้อนที่ผิวด้านนอกของท่อชั้นนอก จะคำนวณได้จากสมการที่ 2.65 ดังนี้

$$q_r = U_2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot r_3 \cdot L)(T_{\infty 1} - T_{\infty 2})$$

เมื่อ "ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวมที่คำนวณโดยใช้พื้นที่แลกเปลี่ยนความร้อนเป็นพื้นที่ผิวด้านนอกของท่อชั้นนอก (U_2)" คำนวณได้จากสมการที่ 2.66

$$U_2 = \frac{1}{\frac{r_3}{r_1 \cdot \bar{h}_{c-1}} + \frac{r_3 \ln (r_2/r_1)}{k_1} + \frac{r_3 \ln (r_3/r_2)}{k_2} + \frac{1}{\bar{h}_{c-2}}}$$

ดังนั้นค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวมที่คำนวณโดยใช้พื้นที่แลกเปลี่ยนความร้อนเป็นพื้นที่ผิวด้านนอกของท่อชั้นนอกคือ

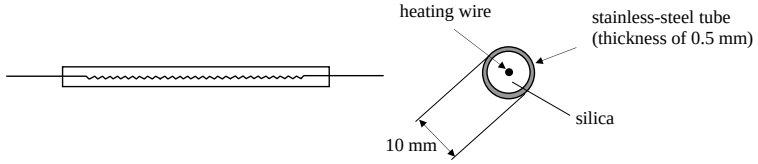
$$U_2 = 0.9007\ \ [W/m^2.K]$$

เมื่อแทนค่า U_2 ลงในสมการที่ 2.65 ก็จะพบว่าค่าอัตราการถ่ายเทความร้อนที่คำนวณจากพื้นที่แลกเปลี่ยนความร้อนที่ผิวด้านนอกของท่อชั้นนอกมีค่าเท่ากันกับค่าที่คำนวณได้จากสมการที่ 2.63 กล่าวคือ

คำตอบ อัตราการถ่ายเทความร้อนที่ความยาวท่อ 1 เมตร มีค่าเท่ากับ $q_r = 28.01\ [W/m]$

Problem 2.4

There is a 1 kW heating element with diameter of 10 mm and 1 m long. The heater is used in an electric kettle. When the water is boiling, the heater outer surface temperature is 10°C above water temperature (because the convective resistance between the surface and the water is very low due to an extremely high convective heat transfer coefficient for boiling). Determine the maximum temperature of the heater.



Problem 2.5

Calculate the critical radius of insulation for asbestos surrounding a pipe and exposed to room air at 20°C with h = 3 W/m^2.K. Calculate the heat loss from a 200°C, 5.0 cm diameter pipe when covered with the critical radius of insulation. Also calculate the heat loss when the insulation is 2 cm thicker than the critical value.

วิธีทำ

คำถามที่ (1)

ค่ารัศมีวิกฤตของฉนวนจากสมการที่ 2.70 ดังนี้

$$R_{cri} = \frac{k_2}{\bar{h}_{c-2}}$$

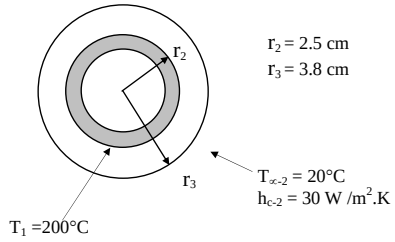
เมื่อ k_2 คือค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนของฉนวน asbestos มีค่าเท่ากับ 0.113 W/m.K

$\bar{h}_{c-2}$ คือค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนระหว่างฉนวน asbestos กับอากาศที่ 20°C มีค่าเท่ากับ 3 W/m^2.K

ตอบ (1) ดังนั้นค่ารัศมีวิกฤตของฉนวนคือ $R_{cri} = \frac{0.113.[W/m.K]}{3.[W/m^2.K]} = 0.038$ m. หรือเท่ากับ 3.8 cm.

คำถามที่ (2) หาค่าอัตราความร้อนสูญเสียออกจากท่อที่หุ้มฉนวนที่มีรัศมีเท่ากับรัศมีวิกฤตของการหุ้มฉนวน

ในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะการนำความร้อนผ่านฉนวนออกสู่อากาศเพราะโจทย์กำหนดค่าอุณหภูมิที่ทราบค่าคืออุณหภูมิที่ผิวนอกของท่อที่สัมผัสกับฉนวน (T_1=200°C) และอุณหภูมิของอากาศด้านนอก ($T_{\infty-2}$ = 20°C) มาให้



r_2 = 2.5 cm
r_3 = 3.8 cm

$T_{\infty-2}$ = 20°C
h_{c-2} = 30 W /m^2.K

ใช้อัตราการถ่ายเทความร้อนที่คำนวณจากพื้นที่แลกเปลี่ยนความร้อนที่ผิวด้านนอกของท่อชั้นนอกจะคำนวณได้จากสมการที่คล้ายกับสมการที่ 2.65 ดังนี้

$$q_r = U_2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot r_3 \cdot L)(T_1 - T_{\infty 2})$$

เมื่อ "ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวมที่คำนวณโดยใช้พื้นที่แลกเปลี่ยนความร้อนเป็นพื้นที่ผิวด้านนอกของท่อชั้นนอก (U_2)" คำนวณได้จากสมการที่คล้ายกับสมการที่ 2.66 ดังนี้

$$U_2 = \frac{1}{\frac{r_3 \ln (r_3 / r_2)}{k_2} + \frac{1}{h_{c-2}}}$$

จะได้ $U_2 = 2.109$ W/m^2.K

ดังนั้น $q_r = 2.109.[W/m^2.K] \times (2 \cdot \pi \times 0.038.[m] \times L) \times (200 - 20).[K]$

ตอบ (2) ค่าอัตราความร้อนสูญเสียต่อหน่วยความยาวท่อที่หุ้มฉนวนที่มีรัศมีเท่ากับรัศมีวิกฤตของการหุ้มฉนวนคือ

$$\frac{q_r}{L} = 90.64 \quad [\frac{W}{m}]$$

คำถามที่ (3) หาค่าอัตราความร้อนสูญเสียออกจากท่อที่หุ้มฉนวนที่มีความหนามากกว่าความหนาวิกฤตของการหุ้มฉนวน 2 cm. จากคำตอบข้อที่ 1 ค่าความหนาวิกฤตของการหุ้มฉนวน (r_{cri}-r_2) คือ

r_{cri}-r_2 = 3.8 -2.5 = 1.3 cm

ความหนาของฉนวนที่มากกว่าความหนาวิกฤต 2 cm คือความหนาที่เท่ากับ 1.3+2 = 3.3 cm.

เนื่องจากความหนาของฉนวนคือ r_3-r_2 ดังนั้น ค่ารัศมีที่ผิวนอกของฉนวนสำหรับคำถามข้อนี้คือ

$r_3 = 3.3 + r_2 = 3.3 + 2.5 = 5.8$ cm

ใช้อัตราการถ่ายเทความร้อนที่คำนวณจากพื้นที่แลกเปลี่ยนความร้อนที่ผิวด้านนอกของท่อชั้นนอกจะคำนวณได้จากสมการที่คล้ายกับสมการที่ 2.65 ดังนี้

$$q_r = U_2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot r_3 \cdot L)(T_1 - T_{\infty 2})$$

เมื่อ "ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวมที่คำนวณโดยใช้พื้นที่แลกเปลี่ยนความร้อนเป็นพื้นที่ผิวด้านนอกของท่อชั้นนอก (U_2)" คำนวณได้จากสมการที่คล้ายกับสมการที่ 2.66 ดังนี้

$$U_2 = \frac{1}{\frac{r_3 \ln (r_3 / r_2)}{k_2} + \frac{1}{h_{c-2}}}$$

จะได้ $U_2 = 1.307$ W/m^2.K

ดังนั้น $q_r = 1.307.[W/m^2.K] \times (2 \cdot \pi \times 0.058.[m] \times L) \times (200 - 20).[K]$

ตอบ (2) ค่าอัตราความร้อนสูญเสียต่อหน่วยความยาวท่อที่หุ้มฉนวนที่มีรัศมีเท่ากับรัศมีวิกฤตของการหุ้มฉนวนคือ

$$\frac{q_r}{L} = 85.71 \quad [\frac{W}{m}]$$