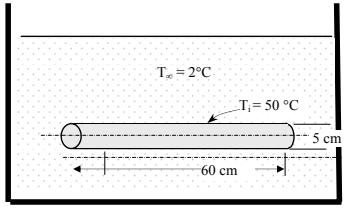
Problem 5.1

A 5 cm, 60 cm long aluminum cylinder initially at 50°C is submerged in an ice-water bath at 2°C. The unit surface conductance between the metal and the bath is 550 W/m^2.K. Determine the temperature of the aluminum after 1 minute. Also calculate the cumulative heat transfer for 1 minute.



สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และค่าที่จำเป็นอื่นๆ:

น้ำในอ่างน้ำแข็ง $T_\infty = 2°C$, h= 550 W/m^2.K

แท่งอลูมิเนียมทรงกระบอก $T_i = 2°C$, D=0.05 m, L=0.6 m., k =240 W/m.K, $\alpha = 9.75\times10^{-6}$ m^2/s

วิธีทำ

สมมติฐาน: 1.) การนำความร้อนที่สภาวะไม่คงที่ 2.) การนำความร้อนในหนึ่งมิติ ผ่านแนวรัศมีของทรงกระบอก

สมการใช้งาน: ยังระบุไม่ได้ต้องตรวจสอบค่า Bi ก่อน จึงจะสามารถระบุวิธีการแก้ปัญหาได้

วิธีการวิเคราะห์:

ทำการตรวจสอบค่า Biot number: จากสมการ $\mathrm{Bi} = \dfrac{h}{(k/L_c)}$

สำหรับทรงกระบอกยาวค่าความยาวคุณลักษณะ (L_c) คำนวณจาก $L_c = r/2$ เมื่อ r =D/2=0.05/2 =0.025 m

และค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนของอลูมิเนียมให้ใช้ค่าที่ k = 240 W/m.K

เพราะฉะนั้น $\mathrm{Bi} = \dfrac{550[\mathrm{W/m^2.K}]}{(240[\mathrm{W/m.K}]/(0.025/2)[\mathrm{m}])} = 0.0286$

ซึ่งค่า $\mathrm{Bi} \le 0.1$ ฉะนั้นจะเลือกใช้ วิธีระบบก้อน (lumped Analysis)

(1) หาอุณหภูมิของทรงกระบอกที่ t = 1 นาที

จากสมการกระจายตัวของอุณหภูมิในสมการที่ 5.10 $\dfrac{T_t - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp[-\mathrm{Bi}\cdot\mathrm{Fo}]$

แทนค่า ต่างๆลงในสมการ เมื่อ Bi =0.0286 และ $\mathrm{Fo} = \dfrac{\alpha\cdot t\cdot A_s^2}{\forall^2} = \dfrac{\alpha\cdot t}{L_c^{\,2}}$

$$\frac{T_t - 2}{50 - 2} = \exp\left[-0.0286\times\frac{(97.5\times10^{-6})[\mathrm{m^2/s}]\times 60[\mathrm{s}]}{(0.025/2)^2[\mathrm{m^2}]}\right]$$

$T_t = 38.73$ °C

อุณหภูมิของทรงกระบอกที่ t = 1 นาที มีค่าเท่ากับ 38.73 °C **ตอบ (1)**

(2) หาอัตราการถ่ายเทความร้อนสะสมที่ t = 1 นาที

จากสมการค่าอัตราการถ่ายเทความร้อนสะสม (the total cumulative heat transfer) สำหรับช่วงเวลา t วินาที

ในสมการที่ 5.15 คือ $Q = \rho\cdot\forall\cdot C\cdot(T_i - T_t)$

จาก $\alpha = \dfrac{k}{\rho.C}$ ดังนั้น $\rho.C = \dfrac{k}{\alpha}$

ค่าอัตราการถ่ายเทความร้อนสะสมจึงคำนวณได้จาก $Q = \dfrac{k}{\alpha}\cdot\forall\cdot(T_i - T_t)$

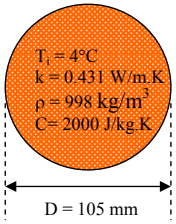
$$Q = \frac{240[\mathrm{W/m.K}]}{97.5\times10^{-6}[\mathrm{m^2/s}]}\cdot\left(\frac{\pi\times0.05^2}{4}\times0.6\right)[\mathrm{m^3}]\cdot(50-38.73)[\mathrm{K}]$$

Q = 32,692 [W.s] = 32,692 [J] = 32.69 [kJ]

ค่าอัตราการถ่ายเทความร้อนสะสมในช่วงเวลา 1 นาที มีค่าเท่ากับ 32.69 [kJ] **ตอบ (2)**

Problem 5.2

Orange are usually refrigerated as a preservative measure. However, some people prefer to eat oranges that are a little cooler than room temperature but not as cold as the refrigerator makes them. Determine the time it takes for an orange removed from a refrigerator to reach 20°C.



T_∞ = 23°C
h = 6 W/m^2.K

Refrigerated temperature = 4°C
Ambient room temperature = 23°C
Surface heat transfer coefficient = 6 W/m^2.K
Thermal conductivity of the orange 0.431 W/m.K
Density of orange = 998 kg/m^3
Specific heat of orange = 2000 J/kg.K
Orange diameter = 105 mm

วิธีทำ

สมมติฐาน: 1.) การนำความร้อนที่สภาวะไม่คงที่ 2.) การนำความร้อนในหนึ่งมิติ ผ่านแนวรัศมีของทรงกลม

สมการใช้งาน: ยังระบุไม่ได้ต้องตรวจสอบค่า Bi ก่อน จึงจะสามารถระบุวิธีการแก้ปัญหาได้

วิธีการวิเคราะห์:

ทำการตรวจสอบค่า Biot number: จากสมการ $\mathrm{Bi} = \dfrac{h}{(k/L_c)}$

สำหรับทรงกลมค่าความยาวคุณลักษณะ (L_c) คำนวณจาก $L_c = r/3$ เมื่อ r =D/2=0.105/2 =0.0525 m

และค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนของผลส้มให้ใช้ค่าที่ k = 0.431 W/m.K

เพราะฉะนั้น $\mathrm{Bi} = \dfrac{6[\mathrm{W/m^2.K}]}{(0.431[\mathrm{W/m.K}]/(0.0525/3)[\mathrm{m}])} = 0.2436$

ซึ่งค่า Bi > 0.1 ฉะนั้นจะเลือกใช้ กราฟรูปที่ 5.9 ถึง 5.11 ในการแก้ปัญหา

(3) หาเวลาที่ทำให้อุณหภูมิของผลส้มที่นำออกจากตู้เย็น มีอุณหภูมิเท่ากับ 20 °C

จากกราฟรูปที่ 5.9

เมื่อ $\theta_0 = \dfrac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty}$ และ $1/\mathrm{Bi} = k/\bar{h}_c.R$

ทำการแทนค่าจะได้

$$\theta_0 = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \frac{20-23}{4-23} = 0.156$$

และ

$$\frac{1}{\mathrm{Bi}} = \frac{k}{\bar{h}_c.R} = \frac{0.431[\mathrm{W/m.K}]}{(6[\mathrm{W/m^2.K}]\times 0.0525[\mathrm{m}])} = 1.36$$

จากกราฟรูปที่ 5.9 ที่ค่า $\theta_0 = 0.156$ และ $\dfrac{1}{\mathrm{Bi}} = 1.36$ จะได้ค่า $F_o \equiv 1.1$

คำนวณหาค่าเวลาจาก

$$F_o = \alpha \cdot t/R^2$$

$$F_o = \alpha \cdot t/R^2 = \frac{k}{\rho.C}\cdot\left(\frac{t}{R^2}\right) = \frac{0.431[\mathrm{W/m.K}]}{998[\mathrm{kg/m^3}]\times 2000[\mathrm{J/kg.K}]}\times\frac{t}{0.0525^2[\mathrm{m^2}]}$$

จะได้ t = 14,041 [s] ≡ 4 [hr]

หากต้องการให้อุณหภูมิของผลส้มที่เริ่มต้นมีอุณหภูมิ 4 °C มีอุณหภูมิสูงขึ้นจนมีค่าเท่ากับ 20 °C ต้องวางผลส้มดังกล่าวทิ้งไว้ในห้องที่มีอุณหภูมิ 23 °C เป็นเวลาประมาณ 4 ชั่วโมง

ตอบ

Problem 5.3

A concrete wall is 15 cm thick. The outside wall surface is heated to a temperature of 200°C by fire. If the initial temperature of the wall is 25°C, how long will it take for the inside wall surface to reach 100°C? What would the time required become if the wall were made of common brick instate?