บทที่ 2 กฎของคูลอมบ์และความเข้มของสนามไฟฟ้า

วัตถุประสงค์

2.1 กฎของคูลอมบ์

จากการทดลอง ระหว่างวัตถุ 2 อันที่มีขนาดเล็กวางอยู่ในสุญญากาศ (free space) ซึ่งกำหนดให้ระยะห่างนั้นมีค่ามากพอเมื่อเทียบกับขนาดของวัตถุทั้งสอง ปรากฏว่าจะเกิดแรงระหว่างวัตถุทั้งสอง แรงนี้จะแปรผันตรงกับผลคูณของจำนวนประจุที่อยู่ที่วัตถุทั้งสองและแปรผันผกผันกับระยะห่างของวัตถุ ส่วนทิศทางนั้น ถ้าประจุอิสระบนวัตถุทั้งสองเป็นชนิดเดียวกันจะเกิดการผลักกันแต่ถ้าเป็นประจุที่ต่างชนิดกันจะเกิดแรงดึงดูดกัน

$$\overline{F} = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2} \qquad\qquad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

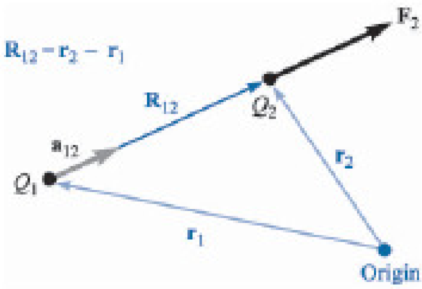
$$\varepsilon_0 = 8.854\times 10^{-12} = \frac{1}{36\pi}10^{-19} \qquad \text{F/m}$$

เป็นค่า permittivity

แรงที่ได้เป็นเวกเตอร์ที่มีทิศทางไปในแนวเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวัตถุทั้งสอง (วัตถุมีขนาดเล็กเทียบเท่ากับประจุ) และจะขึ้นอยู่กับชนิดของประจุ ซึ่งสามารถหาได้จาก ผลการคำนวณนี้ กำหนดให้ ประจุอยู่ที่ตำแหน่ง 1 และ 2 โดยมี เวกเตอร์บอกตำแหน่งจากจุดเริ่มต้น (0,0,0) เป็น $\overline{r_1}$ และ $\overline{r_2}$ ตามลำดับ ดังรูป

$$\overline{F}_2 = k\frac{Q_1 Q_2}{\left|\overline{R_{12}}\right|^2}\overline{a_{12}}$$

$$\overline{R_{12}} = \overline{r_2} - \overline{r_1}, \quad \overline{a_{12}} = \frac{\overline{R_{12}}}{\left|\overline{R_{12}}\right|}$$



D2.1. A charge $Q_A = -20\,\mu\text{C}$ is located at $A(-6, 4, 7)$, and a charge $Q_B = 50\,\mu\text{C}$ is at $B(5, 8, -2)$ in free space. If distances are given in meters, find: (*a*) $\mathbf{R}_{AB}$; (*b*) R_{AB}. Determine the vector force exerted on Q_A by Q_B if $\epsilon_0 =$: (*c*) $10^{-9}/(36\pi)$ F/m; (*d*) 8.854×10^{-12} F/m.

Ans. $11\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y - 9\mathbf{a}_z$ m; 14.76 m; $30.76\mathbf{a}_x + 11.184\mathbf{a}_y - 25.16\mathbf{a}_z$ mN; $30.72\mathbf{a}_x + 11.169\mathbf{a}_y - 25.13\mathbf{a}_z$ mN

2.2 ความเข้มสนามไฟฟ้า

- ความเข้มสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้าที่เป็นจุด โดยรอบจุดประจุความเข้มสนามไฟฟ้าในทางปฏิบัติจะสามารถหาได้จากการใช้จุดประจุไฟฟ้าขนาด 1 คูลอมบ์ ไปวางในตำแหน่งที่ต้องการวัดซึ่งแรงที่วัดได้จากประจุไฟฟ้า 1 คูลอมบ์นี้ก็คือสนามไฟฟ้าที่จุดนั้น

$$\overline{F}_2 = k\frac{Q_1}{\left|\overline{R_{12}}\right|^2}\overline{a_{12}} = \overline{E}$$

เขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้เป็น

$$\overline{E} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon R_{12}^{\ 2}}\overline{a_R} \qquad \text{V/m}$$

ในกรณีที่มีจุดประจุมากกว่า 1 จุดที่ส่งผลต่อความเข้มสนามไฟฟ้าที่จุดที่ต้องการหา ดังนั้น สนามไฟฟ้ารวมที่จุดนั้นจะเกิดจากการรวมกันของเวกเตอร์ความเข้มสนามไฟฟ้าที่ได้จากแต่ละจุดประจุ

$$\overline{E} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon {R_{1p}}^2}\overline{a_{R_{1p}}} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon {R_{2p}}^2}\overline{a_{R_{2p}}} + \frac{Q_3}{4\pi\varepsilon {R_{3p}}^2}\overline{a_{R_{3p}}} + \ldots\ldots \frac{Q_n}{4\pi\varepsilon {R_{np}}^2}\overline{a_{R_{np}}}$$

$$\overline{E} = \sum_{m=1}^{n} \frac{Q_m}{4\pi\varepsilon {R_{mp}}^2}\overline{a_{R_{mp}}} \qquad \text{V/m}$$

D2.2. A charge of $-0.3\,\mu C$ is located at $A(25, -30, 15)$ (in cm), and a second charge of $0.5\,\mu C$ is at $B(-10, 8, 12)$ cm. Find **E** at: (*a*) the origin; (*b*) $P(15, 20, 50)$ cm.

Ans. $92.3\mathbf{a}_x - 77.6\mathbf{a}_y - 105.3\mathbf{a}_z$ kV/m; $32.9\mathbf{a}_x + 5.94\mathbf{a}_y + 19.69\mathbf{a}_z$ kV/m

D2.3. Evaluate the sums: (*a*) $\sum_{m=0}^{5} \frac{1+(-1)^m}{m^2+1}$; (*b*) $\sum_{m=1}^{4} \frac{(0.1)^m+1}{(4+m^2)^{1.5}}$

Ans. 2.52; 0.1948

- ความเข้มสนามไฟฟ้าที่เกิดจากกลุ่มประจุไฟฟ้า พิจารณาที่กลุ่มประไฟฟ้าที่อยู่รวมกันหนาแน่นในบริเวณที่จำกัด ซึ่งจะใช้ตัวแปรที่เพื่อแสดงความหนาแน่นของประจุไฟฟ้าคือ ρ_v คูลอมบ์ต่อลูกบาศก์เมตร ดังนั้น ประจุไฟฟ้าในหนึ่งปริมาตร Δv ลูกบาศก์เมตร เท่ากับ

$$\Delta Q = \rho_v \Delta v \qquad \text{คูลอมบ์}$$

ประจุไฟฟ้ารวมสามารถหาได้จาก

$$Q = \int_{vol} dQ = \int_{vol} \rho_v dv \qquad \text{คูลอมบ์}$$

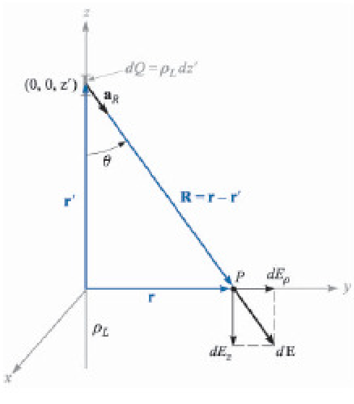
ในการหาความเข้มสนามไฟฟ้าจากกลุ่มประจุนี้ส่วนใหญ่จะเป็นการหาที่ตำแหน่งที่ไกลจากจุดศูนย์กลางของกลุ่มประจุมากเมื่อเทียบกับขนาดของกลุ่มประจุสามารถเทียบเป็นจุดประจุได้

D2.4. Calculate the total charge within each of the indicated volumes: (*a*) $0.1 \le |x|, |y|, |z| \le 0.2$: $\rho_v = \frac{1}{x^3 y^3 z^3}$; (*b*) $0 \le \rho \le 0.1$, $0 \le \phi \le \pi$, $2 \le z \le 4$; $\rho_v = \rho^2 z^2 \sin 0.6\phi$; (*c*) universe: $\rho_v = e^{-2r}/r^2$.

Ans. 27 μC; 1.778 mC; 6.28 C

2.3 ความเข้มสนามไฟฟ้าที่เกิดจากเส้นประจุไฟฟ้า

ในกรณีที่ประไฟฟ้ากระจายอยู่บนเส้นตรง สมมติว่าเส้นตรงที่มีความยาวไม่จำกัดบนแกน z ดังรูปที่มีการกระจายของประไฟฟ้าคงที่ ρ_L คูลอมบ์ต่อเมตร ที่ความยาว dL จะมีประจุไฟฟ้าเป็น $dQ = \rho_L dL$ คูลอมบ์ ซึ่งจะทำให้เกิดสนามไฟฟ้าที่จุด P เป็น



$$d\overline{E} = \frac{\rho_L dz'(\overline{r} - \overline{r'})}{4\pi\varepsilon_0 \left|\overline{r} - \overline{r'}\right|^3}$$

$$\overline{r} = y\overline{a_y} = r\overline{a_r} \qquad \overline{r} - \overline{r'} = r\overline{a_r} - z'\overline{a_z}$$

$$\overline{r'} = z'\overline{a_z}$$

$$d\overline{E} = \frac{\rho_L dz'(r\overline{a_r} - z'\overline{a_r})}{4\pi\varepsilon_0 \left(r^2 + z'^2\right)^{3/2}}$$

ถ้าพิจารณาสนามไฟฟ้าที่จุดดังกล่าวจะเห็นได้ว่าองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าในแนวแกน z จะเป็นศูนย์ดังนั้นจะเหลือแต่องค์ประกอบในแนวรัศมี

$$d\overline{E_r} = \frac{\rho_L r dz' \overline{a_r}}{4\pi\varepsilon_0 \left(r^2 + z'^2\right)^{3/2}}$$

$$\overline{E_r} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho_L r dz' \overline{a_r}}{4\pi\varepsilon_0 \left(r^2 + z'^2\right)^{3/2}}$$

$$\frac{z'}{r} = \cot\theta \rightarrow dz' = rd(\cot\theta) = -r\csc^2\theta d\theta$$

$$\overline{E_r} = \int_{\pi}^{0} \frac{\rho_L}{4\pi\varepsilon_0} \frac{r^2}{r\left(r^2 + z'^2\right)} \frac{1}{r\left(1 + \left(\frac{z'}{r}\right)^2\right)^{1/2}} \left(-r\csc^2\theta\right) d\theta \overline{a_r}$$

มุม theta เป็นมุมที่ทำกับแกน z ดังนั้น อ้างอิงที่รูปจึงเป็นการ integral จาก มุม 180->0 องศา

$$\frac{r}{\left(r^2 + z'^2\right)^{1/2}} = \sin\theta$$

$$\frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z'}{r}\right)^2\right)^{1/2}} = \frac{1}{\left(1 + \cot^2\theta\right)^{1/2}} = \frac{1}{\left(\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin^2\theta}\right)^{1/2}} = \sin\theta$$

$$\overline{E_r} = -\int_{\pi}^{0} \frac{\rho_L}{4\pi\varepsilon_0 r} \sin^2\theta \sin\theta \frac{1}{\sin^2\theta} d\theta \overline{a_r}$$

$$\overline{E_r} = -\int_{\pi}^{0} \frac{\rho_L}{4\pi\varepsilon_0 r} \sin\theta d\theta \overline{a_r} = \frac{\rho_L}{4\pi\varepsilon_0 r} \left[\cos\theta\right]_{\pi}^{0} \overline{a_r}$$

$$= \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0 r} \overline{a_r} \quad \text{V/m}$$

D2.5. Infinite uniform line charges of 5 nC/m lie along the (positive and negative) x and y axes in free space. Find **E** at: (a) $P_A(0, 0, 4)$; (b) $P_B(0, 3, 4)$.

Ans. $45\mathbf{a}_z$ V/m; $10.8\mathbf{a}_y + 36.9\mathbf{a}_z$ V/m

DD2 Infinite uniform line charges of 30 nC/m crosses y-axis at y = 3 and z-axis at z = 5 m. Find electric field intensity at: (a) Origin; (b) P(0,6,1) and (c) Q(5,6,1)

วิธีทำ

(a) ที่จุด (0,0,0) เวกเตอร์ จากจุด (0,3,0) และ (0,0,5) คือ

$\overline{r}_1 = -3\overline{j}$ และ $\overline{r}_2 = -5\overline{k}$ ตามลำดับ และ เวกเตอร์ที่อยู่บนเส้นประจุนั้นคือ $\overline{r}_{12} = 3\overline{j} - 5\overline{k}$

กำหนดให้เวกเตอร์ตั้งฉากไปทางจุด ที่สังเกตคือ $\overline{A_N} = A_x\overline{i} + A_y\overline{j} + A_z\overline{k}$

ขั้นตอนต่อไปเป็นการหาค่าสัมประสิทธิ์ของ เวกเตอร์ตั้งฉาก

เวกเตอร์ $\overline{A_N}$ ตั้งฉากกับ เวกเตอร์บนเส้นประจุ

$$\overline{A_N} \cdot \overline{r}_{12} = 0 = 3A_y - 5A_z$$

เวกเตอร์ $\overline{a_N} \cdot \overline{r_1} = \overline{a_N} \cdot \overline{r_2}$ เป็นข้อกำหนดของรัศมีที่ห่างจากเส้นประจุ ซึ่งจะมีค่าเช่นเดียวกับสมการข้างต้นในการพิจาณาดังนั้นสามารถที่จะเลือกสัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์ตั้งฉากได้เลย

$-3A_y = -5A_z$ แต่จะเป็นการพิจารณาเพราะ รัศมีจะต้องมีค่าเป็นบวกเท่านั้นดังนั้น

ถ้า $A_y = -5$ แล้ว $A_z = -3$ ส่วน $A_x = 0$ เพราะพิจารณาที่ x = 0

ดังนั้น $\overline{a_N} = \dfrac{-5\overline{j} - 3\overline{k}}{\sqrt{34}}$

หารัศมีที่ห่างจากเส้นตรงในแนวเส้นตั้งฉากคือ

$$\overline{a_N} \cdot \overline{r_1} = \overline{a_N} \cdot \overline{r_2} = \frac{-3(-5)}{\sqrt{34}}$$

ดังนั้น สนามไฟฟ้าจาดเส้นประจุไฟฟ้า คือ

$$\overline{E_r} = \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0 r}\overline{a_r} = \frac{30\times10^{-9}}{2\pi\dfrac{1}{36\pi}\times10^{-9}\dfrac{15}{\sqrt{34}}}\left(\frac{-5\overline{j} - 3\overline{k}}{\sqrt{34}}\right)$$

$$= -180\overline{j} - 108\overline{k} \text{ V/m}$$

(b) ที่จุด (0,6,1) เวกเตอร์ จากจุด (0,3,0) และ (0,0,5) คือ

$\overline{r}_1 = 3\overline{j} + k$ และ $\overline{r}_2 = 6\overline{j} - 4\overline{k}$ ตามลำดับ และ เวกเตอร์ที่อยู่บนเส้นประจุนั้นคือ $\overline{r}_{12} = 3\overline{j} - 5\overline{k}$

กำหนดให้เวกเตอร์ตั้งฉากไปทางจุด ที่สังเกตคือ $\overline{A_N} = A_x\overline{i} + A_y\overline{j} + A_z\overline{k}$

ขั้นตอนต่อไปเป็นการหาค่าสัมประสิทธิ์ของ เวกเตอร์ตั้งฉาก

เวกเตอร์ $\overline{A_N}$ ตั้งฉากกับ เวกเตอร์บนเส้นประจุ

$$\overline{A_N} \cdot \overline{r}_{12} = 0 = 3A_y - 5A_z$$

เวกเตอร์ $\overline{a_N} \cdot \overline{r_1} = \overline{a_N} \cdot \overline{r_2}$ เป็นข้อกำหนดของรัศมีที่ห่างจากเส้นประจุ

$3A_y + A_z = 6A_y - 4A_z$ ซึ่งจะมีค่าเช่นเดียวกับสมการข้างต้นในการพิจาณาดังนั้นสามารถที่จะเลือกสัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์ตั้งฉากได้เลย โดยพิจารณาค่าที่ได้ของรัศมีนั้นจะต้องมีค่าเป็นบวก ดังนั้นควรจะเลือก $A_y = 5$ แล้ว $A_z = 3$ ส่วน $A_x = 0$ เพราะพิจารณาที่ x = 0

$$\overline{a_N} = \frac{5\overline{j} + 3\overline{k}}{\sqrt{34}}$$

ส่วนรัศมี มีค่าเป็น $\overline{a_N} \cdot \overline{r_1} = \overline{a_N} \cdot \overline{r_2} = \dfrac{3(5)+3}{\sqrt{34}} = \dfrac{18}{\sqrt{34}}$

ดังนั้น สนามไฟฟ้าจาดเส้นประจุไฟฟ้า คือ

$$\overline{E_r} = \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0 r}\overline{a_r} = \frac{30\times10^{-9}}{2\pi\dfrac{1}{36\pi}\times10^{-9}\dfrac{18}{\sqrt{34}}}\left(\frac{5\overline{j} + 3\overline{k}}{\sqrt{34}}\right)$$

$$= 150\overline{j} + 90\overline{k} \text{ V/m}$$

(c) ที่จุด (5,6,1) เวกเตอร์ จากจุด (0,3,0) และ (0,0,5) คือ

$\overline{r}_1 = 5\overline{i} + 3\overline{j} + k$ และ $\overline{r}_2 = 5\overline{i} + 6\overline{j} - 4\overline{k}$ ตามลำดับ และ เวกเตอร์ที่อยู่บนเส้นประจุนั้นคือ $\overline{r}_{12} = 3\overline{j} - 5\overline{k}$

กำหนดให้เวกเตอร์ตั้งฉากไปทางจุด ที่สังเกตคือ $\overline{A_N} = A_x\overline{i} + A_y\overline{j} + A_z\overline{k}$

ขั้นตอนต่อไปเป็นการหาค่าสัมประสิทธิ์ของ เวกเตอร์ตั้งฉาก

เวกเตอร์ $\overline{A_N}$ ตั้งฉากกับ เวกเตอร์บนเส้นประจุ

$$\overline{A_N}\cdot\overline{r}_{12}=0=3A_y-5A_z$$

เวกเตอร์ $\overline{a_N}\cdot\overline{r_1}=\overline{a_N}\cdot\overline{r_2}$ เป็นข้อกำหนดของรัศมีที่ห่างจากเส้นประจุ

$5A_x+3A_y+A_z=5A_x+6A_y-4A_z$ ซึ่งจะมีค่าเช่นเดียวกับสมการข้างต้นในการพิจาณา ดังนั้นสามารถที่จะเลือกสัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์ตั้งฉากได้เลย โดยพิจารณาค่าที่ได้ของรัศมีนั้นจะต้องมีค่าเป็นบวก ดังนั้นควรจะเลือก

$A_y=5$ แล้ว $A_z=3$ ส่วน แยกพิจารณา (5-0)= A_x เพราะพิจารณาจากเส้นประจุไปที่จุดสังเกต

$$\overline{a_N}=\frac{5\overline{i}+5\overline{j}+3\overline{k}}{\sqrt{59}}$$

ส่วนรัศมี มีค่าเป็น $\overline{a_N}\cdot\overline{r_1}=\overline{a_N}\cdot\overline{r_2}=\dfrac{5(5)+3(5)+3}{\sqrt{59}}=\dfrac{33}{\sqrt{59}}$

ดังนั้น สนามไฟฟ้าจาดเส้นประจุไฟฟ้า คือ

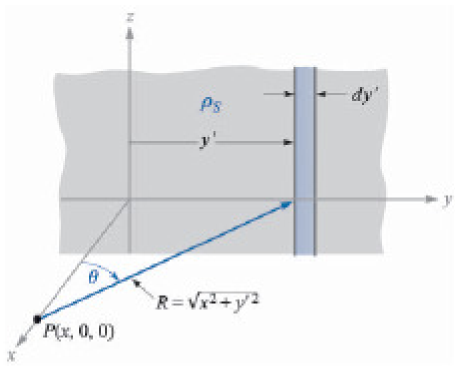
$$\overline{E_r}=\frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0 r}\overline{a_r}=\frac{30\times10^{-9}}{2\pi\dfrac{1}{36\pi}\times10^{-9}\dfrac{33}{\sqrt{59}}}\left(\frac{5\overline{i}+5\overline{j}+3\overline{k}}{\sqrt{59}}\right)$$

$$=\frac{180}{11}\left(5\overline{i}+5\overline{j}+3\overline{k}\right)\ \text{V/m}$$

2.4 สนามไฟฟ้าจากประจุที่กระจายอยู่บนแผ่นผิว (Surface charge)

การกระจายของประจุบนแผ่นประจุคงที่ ซึ่งมีพื้นที่กว้างไม่จำกัด จากรูป และจากการหาสนามไฟฟ้าจากเส้นประจุ ซึ่งจะได้ $\rho_L=\rho_s dy'$ คูลอมบ์ จะได้สนามจากเส้นทึบในรูปเป็น

$$d\overline{E_r}=\frac{\rho_s dy'}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+y'^2}}$$



แต่เมื่อพิจารณาโดยรวมแล้วองค์ประกอบของสนามจะเหลือแต่ในแนวแกน x ดังนั้น

$$d\overline{E_x}=\frac{\rho_s dy'}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+y'^2}}\cos\theta=\frac{\rho_s}{2\pi\varepsilon_0}\frac{xdy'}{x^2+y'^2}$$

$$\overline{E_x}=\frac{\rho_s}{2\pi\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{xdy'}{x^2+y'^2}=\frac{\rho_s}{2\varepsilon_0}\overline{a_x}$$

อินทิเกรตข้างต้นลองพิจารณา ให้ $\dfrac{y}{x}=\tan\theta$ โดย ลิมิตการอินทริเกรตจะต้องสอดคล้องกับรูปที่เปลี่ยนไป คือ

$$\theta=-\frac{\pi}{2}\rightarrow\frac{\pi}{2}$$

เมื่อพิจารณาการอินทิกรัลทั่วทั้งแผ่นประจุแล้วปรากฏว่าสนามไฟฟ้าที่ได้จะเป็น สนามไฟฟ้าที่อยู่ในแนวเวกเตอร์ตั้งฉากของแผ่นประจุ

$$\overline{E}=\frac{\rho_s}{2\varepsilon_0}\overline{a_N}$$

และค่าจะเป็นบวกหรือลบจะขึ้นอยู่กับตำแหน่งของจุด P ว่าอยู่ด้านบวกหรือลบ และชนิดประจุที่อยู่บนแผ่นตัวนำ ตัวอย่างเช่นแผ่นประจุอนันต์สองแผ่นวางขนานกันที่ x= 0 และ a โดยที่แต่ละแผ่นจะมีประจุกระจายคงที่ ρ_s และ $-\rho_s$ คูลอมบ์ต่อตารางเมตร ดังนั้น ที่บริเวณ x>a

จากแผ่นประจุบวก $\overline{E_+} = \frac{\rho_s}{2\varepsilon_0}\overline{a_x}$ จากแผ่นประจุลบ $\overline{E_-} = -\frac{\rho_s}{2\varepsilon_0}\overline{a_x}$ $\overline{E} = \overline{E_+} + \overline{E_-} = 0$

ที่ x<0

$$\overline{E_+} = -\frac{\rho_s}{2\varepsilon_0}\overline{a_x} \qquad \overline{E_-} = \frac{\rho_s}{2\varepsilon_0}\overline{a_x} \qquad \overline{E} = \overline{E_+} + \overline{E_-} = 0$$

ที่ 0<x<a

$$\overline{E_+} = \frac{\rho_s}{2\varepsilon_0}\overline{a_x} \qquad \overline{E_-} = \frac{\rho_s}{2\varepsilon_0}\overline{a_x} \qquad \overline{E} = \overline{E_+} + \overline{E_-} = \frac{\rho_s}{\varepsilon_0}\overline{a_x}$$

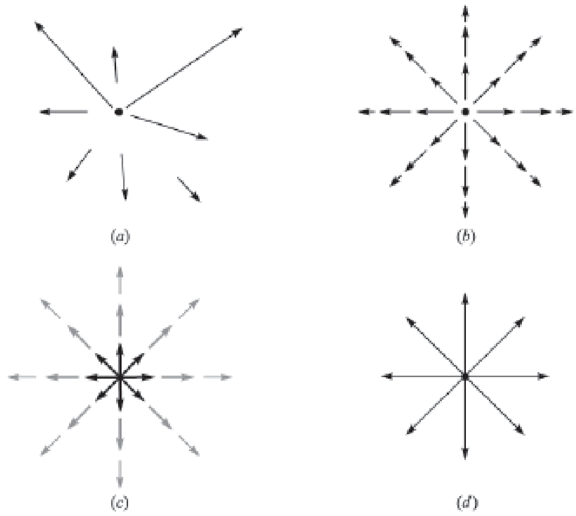
D2.6. Three infinite uniform sheets of charge are located in free space as follows: 3 nC/m^2 at $z = -4$, 6 nC/m^2 at $z = 1$, and -8 nC/m^2 at $z = 4$. Find **E** at the point: (*a*) $P_A(2, 5, -5)$; (*b*) $P_B(4, 2, -3)$; (*c*) $P_C(-1, -5, 2)$; (*d*) $P_D(-2, 4, 5)$.

Ans. $-56.5\mathbf{a}_z$; $283\mathbf{a}_z$; $961\mathbf{a}_z$; $56.5\mathbf{a}_z$ all V/m

เป็นส่วนที่หนึ่งของการอธิบายสนามไฟฟ้าในตัวเก็บประจุไฟฟ้า (Capacitor) จะไม่มีสนามไฟฟ้าข้างนอกมีแต่ใน C แต่จะมีการพิจารณาในกรณีที่พิเศษอีกอย่างคือ กรณีที่แผ่นประจุที่มีขนาดบางมากๆ จะต้องมีการแยกการพิจารณาคือ จะมีประจุชนิดเดียวเท่านั้นที่กระจายบนแผ่นประจุที่มีความบางมากๆ

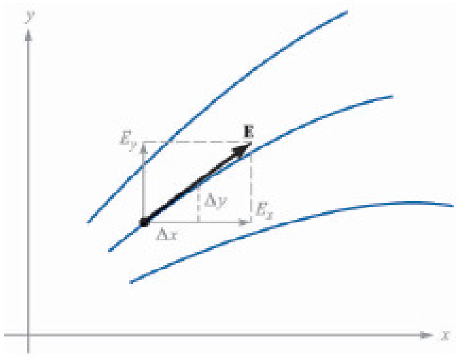
2.5 การวาดรูปเส้นกราฟและเส้นของความเข้มสนามไฟฟ้า (Streamlines and Sketches of Filed)

เนื่องจากความเข้มสนามไฟฟ้าเป็นเวกเตอร์และมีแนวหรือรูปแบบที่อยู่โดยรอบประจุไฟฟ้า ตัวอย่างเส้นเวกเตอร์ความเข้มสนามไฟฟ้าของจุดประจุ แสดงดังรูป



ส่วนเส้นกราฟของความเข้มสนามไฟฟ้า ซึ่งจะเป็นแนวเส้นของเวกเตอร์ในกรณีรูปด้านข้างนี้ เส้นกราฟของความเข้มสนามไฟฟ้า จะมีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรง แต่ถ้าได้รับผลกระทบจากประจุอื่นๆ ที่มากกว่าหนึ่งหรือประจุที่มีรูปร่างต่างๆ Streamlines ของความเข้มสนามแม่เหล็กก็จะได้รูปแบบที่แตกต่างกันออกไป

ตัวอย่างการพิจารณาความสัมพันธ์เพื่อใช้ในการอธิบายเป็นสมการ Streamlines ที่จุดใดๆ โดยตัวอย่างของ Streamlines ในระนาบ x-y



$$\frac{E_y}{E_x} = \frac{dy}{dx}$$

หา ความเข้มสนามไฟฟ้าในพิกัด Cartesian ก่อนแล้วแก้สมการ Differential equation ข้างต้นก็จะได้สมการของ Streamline ที่จุด นั้น

D2.7. Find the equation of that streamline that passes through the point $P(1, 4, -2)$ in the field $\mathbf{E} =$: (*a*) $\dfrac{-8x}{y}\mathbf{a}_x + \dfrac{4x^2}{y^2}\mathbf{a}_y$; (*b*) $2e^{5x}[y(5x+1)\mathbf{a}_x + x\mathbf{a}_y]$.

Ans. $x^2 + 2y^2 = 33$; $y^2 = 15.6 + 0.4x - 0.08\ \ln(x + 0.2)/1.2]$