Chapter 9: หลักพื้นฐานและประเภทของการไหล สมการของการไหล

9.1 ชนิดของการไหล

การแบ่งการไหลของของไหล สามารถกระทำได้หลายอย่างคือ

แบบที่หนึ่ง แบ่งเป็นการไหลสม่ำเสมอ(steady flow) และการไหลไม่สม่ำเสมอ(unsteady flow)

แบบที่สอง แบ่งเป็นการไหลแบบราบเรียบ(larminar flow) และการไหลแบบปั่นป่วน (turbulent flow)

แบบที่สาม แบ่งเป็นการไหลทิศทางเดียว, สองทิศทาง และสามทิศทาง

9.1.1 **การไหลคงที่** หมายถึงการไหลของของไหลชนิดที่ความเร็วในการไหล ณ จุดใดๆไม่เปลี่ยนไปตามเวลา เช่น เมื่อคำนึงถึงการไหลของของไหลที่ผ่านจุด A ไม่ว่าจะเป็นเวลาใด ของไหลที่ผ่านจุด A นั้นจะมีความเร็วคงที่เสมอ และเมื่อพิจารณาที่จุด B ความเร็วของการไหลของของไหลที่ผ่านจุด B จะคงที่ด้วย แต่ความเร็วที่จุด A และจุด B ไม่จำเป็นต้องเท่ากัน เนื่องจากเหตุผลดังกล่าว ของไหลไม่สามารถจะขาดช่วงได้ เพราะจะทำให้ความเร็วของของไหล ณ จุดนั้นๆเปลี่ยนแปลง

ทฤษฎีที่ใช้กับการไหลสม่ำเสมอเป็นทฤษฎีเบื้องต้น และการใช้งานทางวิศวกรรมส่วนใหญ่ จัดการไหลของของไหลเป็นการไหลสม่ำเสมอนี้

9.1.2 **การไหลไม่คงที่** หมายถึงการไหลของของไหล ชนิดที่ความเร็วในการไหล ณ จุดใดๆ มีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาหรือมีการขาดช่วงได้

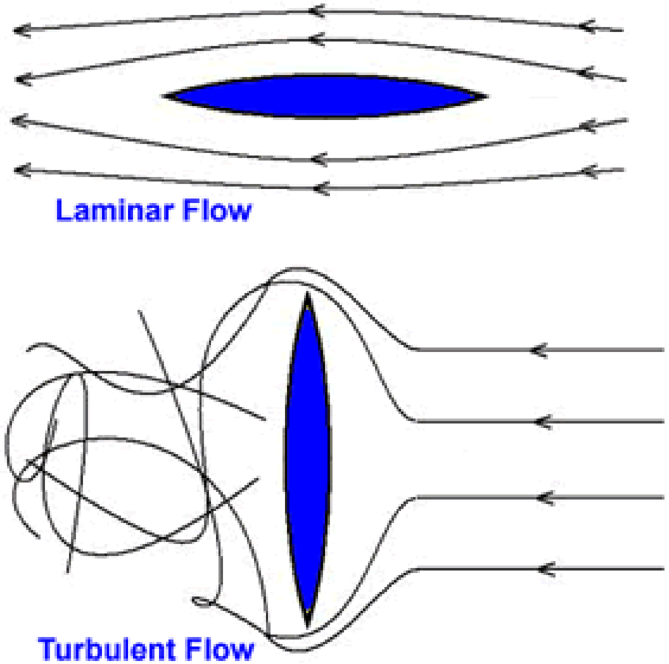
ทฤษฎีที่ใช้กับการไหลไม่สม่ำเสมอ เป็นทฤษฎีขั้นสูง ซึ่งค่อนข้างจะยุ่งยากและทฤษฎีดังกล่าวไม่ได้แสดงไว้ในหนังสือเล่มนี้

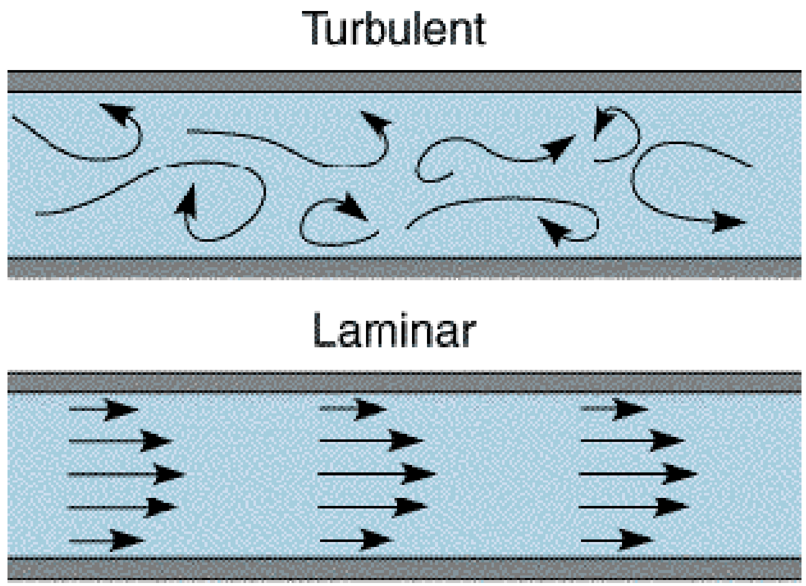
9.2.1 **การไหลแบบราบเรียบ** หมายถึงการไหลของของไหลชนิดที่อนุภาคของของไหล ไม่ว่าจะเป็นอนุภาคเล็กหรือใหญ่ เคลื่อนที่ในลักษณะตามกันไปเป็นแผ่นหรือชั้นเรียบๆ โดยที่แผ่นหนึ่งเลื่อนเรียบเหนือแผ่นอื่น ลักษณะการเกิดการไหลแบบราบเรียบ คือ การไหลของน้ำใต้ดิน, การไหลของเลือด และการดูดน้ำของต้นไม้ เป็นต้น

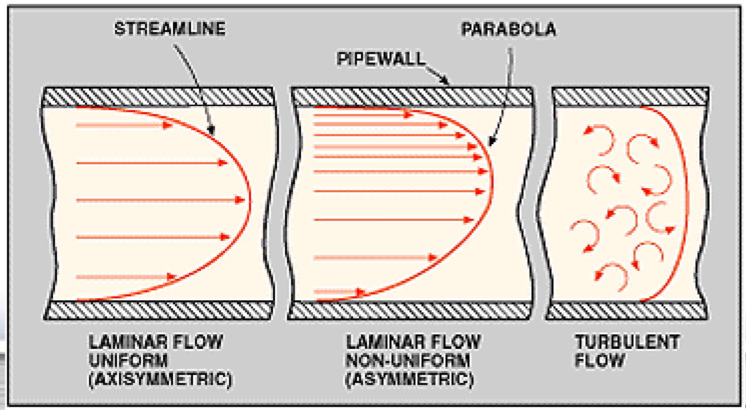
ลักษณะการไหลแบบราบเรียบนี้ เป็นไปตามกฎของนิวตันที่เกี่ยวกับความหนืดของของไหล $(\tau = \mu \frac{dv}{dy})$

9.2.2 **การไหลแบบปั่นป่วน** หมายถึงการไหลของของไหลชนิดที่อนุภาคของของไหล เคลื่อนที่ในลักษณะหรือทิศทางไม่แน่นอน มีการเคลื่อนที่ขึ้นลง และมีการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม จากส่วนหนึ่งของของไหลไปยังส่วนอื่นๆ

ลักษณะการไหลของของไหลทั่วไปเกือบ 95% จะเป็นการไหลแบบปั่นป่วนนี้ ตัวอย่างเช่นการไหลของน้ำตามแม่น้ำลำคลอง, การไหลของอากาศในท่อลม เป็นต้น


Laminar Flow
Turbulent Flow


Turbulent
Laminar


STREAMLINE
PARABOLA
PIPEWALL
LAMINAR FLOW
UNIFORM
(AXISYMMETRIC)
LAMINAR FLOW
NON-UNIFORM
(ASYMMETRIC)
TURBULENT
FLOW

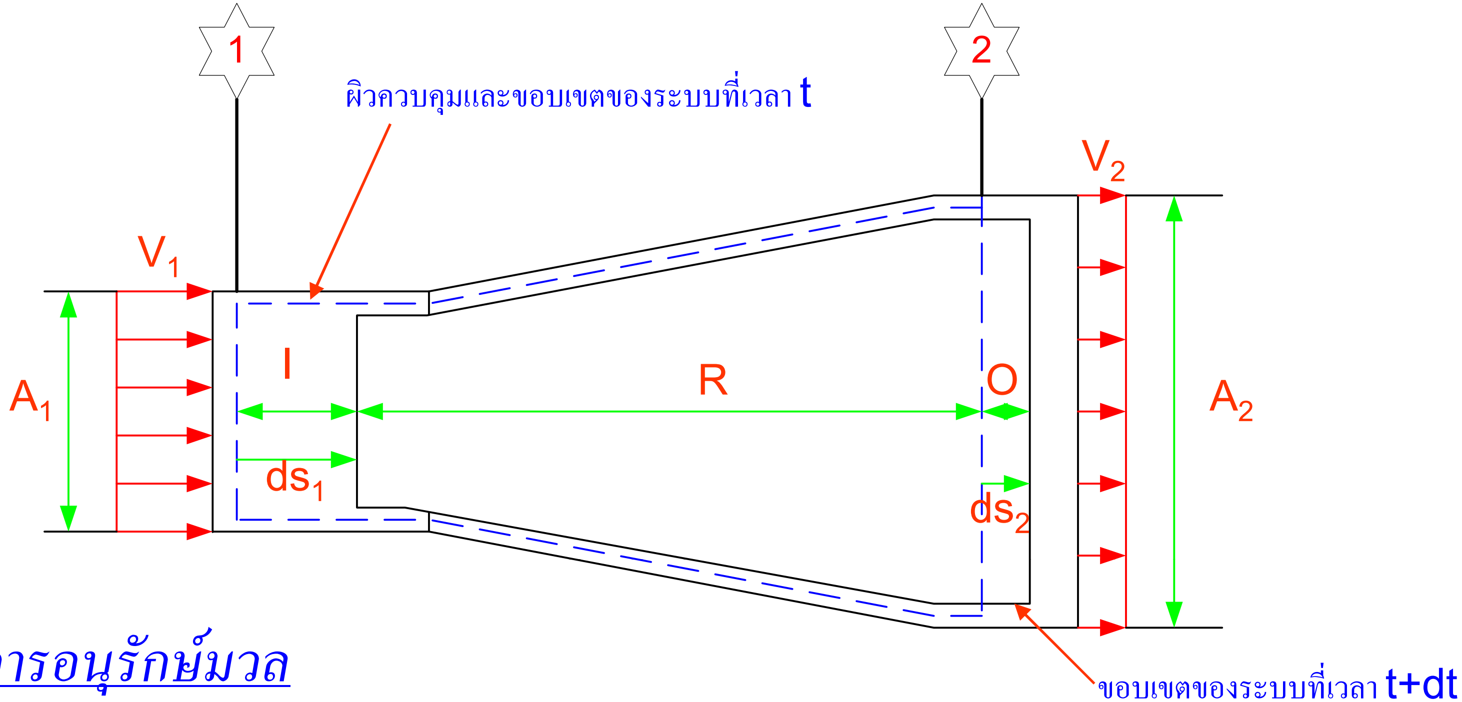
9.3 สมการการไหลพื้นฐานสำหรับ กลศาสตร์ของไหล

❖ ในบทนี้ นักศึกษาจะได้ทราบถึงสมการหลัก 3 สมการที่ใช้ในการคำนวณเกี่ยวกับการไหลของของไหล ได้แก่

- *The mass equation* (Continuity Equation)-สมการอนุรักษ์มวล หรือสมการต่อเนื่องของการไหล.
- *The Bernoulli equation* –สมการอนุรักษ์พลังงานทางกลได้แก่ พลังงานจลน์ พลังงานศักย์ และพลังงานการไหล ของของไหลกระแสเดี่ยว (single fluid stream)
- *The Momentum equation- สมการโมเมนตัม*

9.3.1 สมการสภาพต่อเนื่องในการไหลแบบคงที่ มิติเดียว

(Continuity Equation for One – Dimensional Steady Flow)



จากหลักการอนุรักษ์มวล

$$\left(\text{มวล } I + \text{มวล } R \right)_t = \left(\text{มวล } O + \text{มวล } R \right)_{t+dt}$$

$$\left[m_I + m_R\right]_t = \left[m_O + m_R\right]_{t=dt}$$

สำหรับการไหลแบบคงตัว คุณสมบัติของของไหลที่ตำแหน่งใดๆจะไม่แปรผันตามเวลา

$$(m_R)_t = (m_R)_{t+dt}$$ ดังนั้น $$(m_I)_t = (m_O)_{t+dt}$$

แสดงถึงปริมาณมวลสารของของไหลที่เคลื่อนที่ผ่านพื้นผิวของปริมาตรควบคุมภายในช่วงเวลา dt
โดยปริมาตร I เท่ากับ $A_1\ ds_1$ และปริมาตร O เท่ากับ $A_2 ds_2$ นั่นคือ

$$(m_I)_t = (\rho_1 A_1 ds_1)$$ และ $$(m_O)_{t+dt} = (\rho_2 A_2 ds_2)$$

$$\rho_1 A_1 ds_1 = \rho_2 A_2 ds_2$$

หารด้วย dt จะได้

ds/dt = v (ความเร็ว)

อัตราการไหลเชิงมวล

(Mass Flow Rate)

$$m = \rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$$

❖ จริงๆแล้วก็เหมือนกับกฎสมการต่อเนื่องของมวลในปริมาตรควบคุม (บทที่ 8) ที่ว่า

$$\delta m_{in} - \delta m_{out} = m_{cv\,2} - m_{cv\,1}$$

$$\frac{\delta m_{in}}{\Delta t} - \frac{\delta m_{out}}{\Delta t} = \frac{m_{cv\,2} - m_{cv\,1}}{\Delta t}$$

$$\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} = \left[\frac{dm}{dt}\right]_{cv}$$

สำหรับการไหลคงที่ มวลภายในปริมาตรควบคุมคงที่

$$\left[\frac{dm}{dt}\right]_{cv} = 0$$

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out}$$

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

❖ กรณีที่ในระหว่างการไหล ของไหลมีการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นน้อยมาก (Incompressible fluid) เช่นของเหลว สมการต่อเนื่องของการไหลอาจเขียนให้อยู่ในรูปสมการอัตราการไหลเชิงปริมาตรได้

จาก

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out}$$

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

เมื่อ $\rho_1 = \rho_1$ ดังนั้น

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

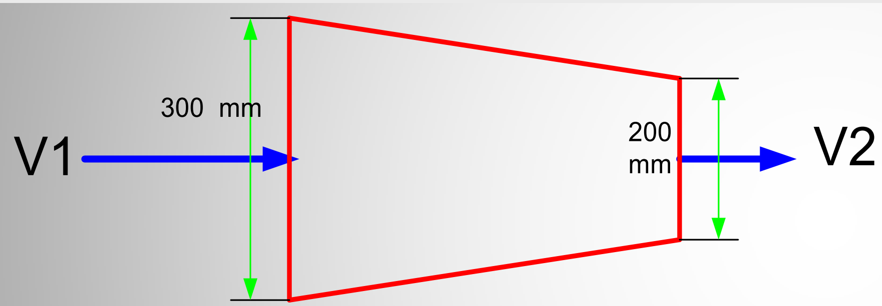
$$\boxed{\dot{V}_{in} = \dot{V}_{out}}$$

สมการต่อเนื่องของการไหลในรูปอัตราการไหลเชิงปริมาตร

สรุป อัตราการไหล

อัตราการไหล	สมการ
อัตราการไหลเชิงมวล kg/s (Mass flow rate)	$\dot{m} = \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$
อัตราการไหลเชิงปริมาตร m^3 /s (Volume flow rate)	$\dot{V} = A_1 V_1 = A_2 V_2$
อัตราการไหลเชิงน้ำหนัก N/s (Weight flow rate)	$G = g\dot{m} = \gamma_1 A_1 V_1 = \gamma_2 A_2 V_2$

Ex9.1 อากาศไหลผ่านท่อลดขนาดจาก D = 300 mm ไปสู่ขนาด d = 200 mm ด้วยอัตรา 30 N/s โดยขนาดที่ผ่านในท่อ 300 mm มี น.น. จำเพาะ 9.80 N/m^3 เมื่อผ่านท่อลดทำให้ P , T ลดลง ทำให้อากาศขยายตัวความหนาแน่นจึงลดลง สมมุติน.น. จำเพาะของอากาศในท่อ 200 mm มีค่าเท่ากับ 7.85 N/m^3 จงคำนวณหาอัตราการไหลเชิงปริมาตร ความเร็วในการไหลของอากาศในท่อทั้งสอง และอัตราการไหลของมวลสารในอากาศ



$G = gm = \gamma(Av)$

$Q_1 = (A_1 v_1) = G/\gamma_1$

$= 30/9.81 = 3.06\ m^3/s$

ความเร็วในท่อ 300 mm

$V_1 = Q_1 / A_1 = 3.06/((\pi/4)*0.3^2) = 43.3\ m/s$

ความเร็วในท่อ 200 mm

$Q_2 = (A_2 v_2) = G_2 / \gamma_2 = 30/7.85 = 3.82 \ m^3/s$

$v_2 = Q_2 / A_2 = 3.82 / ((\pi/4)*0.2^2) = 121.6 \ m/s$

อัตราการไหลเชิงมวล (Mass flow rate)

$$m = \rho v A = G/g = 30/9.81 = 3.06 \ kg/s$$

Ans

9.3.2 สมการอนุรักษ์พลังงานทางกล (The Bernoulli's equation)

จากบทที่ 8 สมการอนุรักษ์พลังงานในระบบเปิดที่มีการไหลคงที่ *(ΔE_{cv}=0)*

$$Q - W = \Delta H + \Delta KE + \Delta PE$$

$$Q - W = \sum_{out} \dot{m}\left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right) - \sum_{in} \dot{m}\left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right)$$

หากเป็นการไหลกระแสเดียว (ไหลเข้าทางเดียว ไหลออกทางเดียว)

$$Q - W = \dot{m}_{out}\left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right)_{out} - \dot{m}_{in}\left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right)_{in}$$

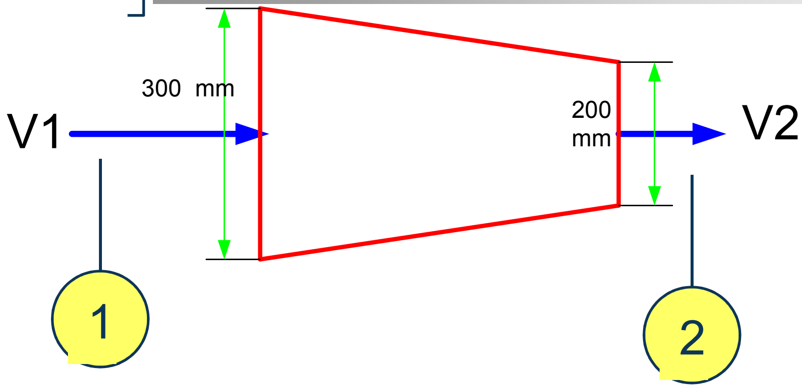
เขียนเป็นสมการพลังงานต่อหน่วยมวลได้

$$q - w = \left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right)_{out} - \left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right)_{in}$$

เนื่องจาก h=u+Pv

$$q - w = \left(u + Pv + \frac{V^2}{2} + gz\right)_{out} - \left(u + Pv + \frac{V^2}{2} + gz\right)_{in}$$

❖ กำหนดให้การไหลเข้าเป็นสภาวะที่ 1 และทางไหลออกเป็นสภาวะที่ 2 ดังรูป



$$q - w = \left(u_2 + P_2 v_2 + \frac{V_2^{\,2}}{2} + g z_2 \right) - \left(u_1 + P_1 v_1 + \frac{V_1^{\,2}}{2} + g z_1 \right)$$

สามารถประยุกต์ใช้ได้กับ ของเหลว แก๊ส ไอ ของไหลสมมุติ ของไหลจริง ที่ไหลภายใต้การไหลคงตัว (Steady Flow)

สมการเบอร์นูลลี (Bernoulli Equation)

คือสมการพลังงานกลสำหรับการไหลไปตามเส้นกระแสซึ่งบ่งบอกความสัมพันธ์ระหว่าง เฮดความดัน เฮดความเร็ว และเฮดความสูง *ภายใต้สมมุติฐาน*

- ไม่คำนึงถึงผลของความหนืด
- เป็นการไหลในสภาวะคงตัว (Steady Flow)
- เป็นการไหลแบบยุบตัวไม่ได้ (Incompressible Flow)
- ของไหลมีความเร็วสม่ำเสมอตลอดหน้าตัดการไหล

สำหรับวิชากลศาสตร์ของไหล มักจะสมมติให้อุณหภูมิของของไหลที่ไหลเข้าและออกจากระบบมีค่าเท่ากัน ดังนั้น

1. $q = 0$

2. $\Delta u = 0$

$$\cancel{q} - w = \left(\cancel{u_2} + P_2 v_2 + \frac{V_2^2}{2} + g z_2\right) - \left(\cancel{u_1} + P_1 v_1 + \frac{V_1^2}{2} + g z_1\right)$$

$$P_1 v_1 + \frac{V_1^2}{2} + g z_1 = P_2 v_2 + \frac{V_2^2}{2} + g z_2 + w$$

$$P_1 v_1 + \frac{V_1^{\ 2}}{2} + g z_1 = P_2 v_2 + \frac{V_2^{\ 2}}{2} + g z_2 + w$$

เอา g หารตลอด และจาก $v = 1/\rho$

$$\frac{P_1}{\rho_1 g} + \frac{V_1^{\ 2}}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho_2 g} + \frac{V_2^{\ 2}}{2g} + z_2 + w_{net}$$

Bernoulli's equation

หากเป็นการไหลที่ไม่มีงานมาเกี่ยวข้อง

$$\frac{P_1}{\rho_1 g} + \frac{V_1^{\ 2}}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho_2 g} + \frac{V_2^{\ 2}}{2g} + z_2$$

เฮดความดัน (Pressure Head)

เฮดความสูง (Elevation Head)

$$\frac{P_1}{\rho_1 g} + \frac{V_1^{\ 2}}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho_2 g} + \frac{V_2^{\ 2}}{2g} + Z_2$$

Total Head

เฮดความเร็ว (Velocity Head)

สมการนี้จะมีหน่วยเป็น เมตร (m)

การประยุกต์ใช้ Bernoulli's equation

$$\frac{P_1}{\rho_1 g}+\frac{V_1^{\,2}}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\rho_2 g}+\frac{V_2^{\,2}}{2g}+z_2+w_{net}$$

สำหรับของเหลว

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^{\,2}}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^{\,2}}{2g}+z_2+w_{net}$$

a) กรณีมีปั๊ม

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^{\,2}}{2g}+z_1+h_{pump}=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^{\,2}}{2g}+z_2$$

b) กรณีมีกังหัน

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^{\,2}}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^{\,2}}{2g}+z_2+h_{turbine}$$

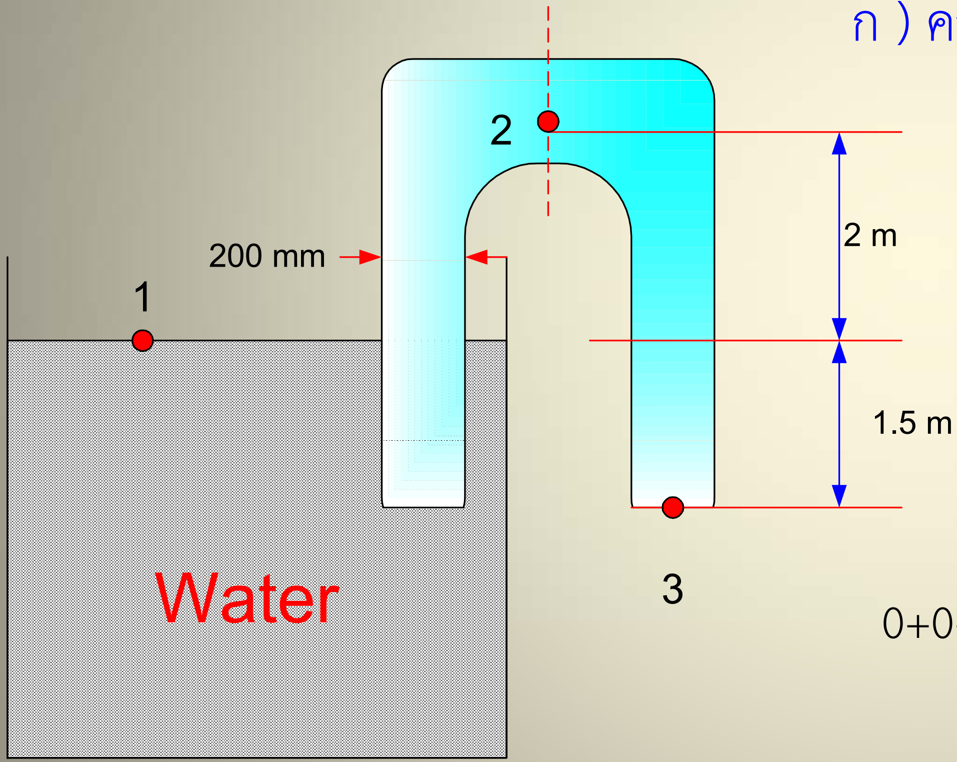
c) กรณีมีความเสียดทาน

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^{\,2}}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^{\,2}}{2g}+z_2+h_L$$

Ex9.2 ระบบกาลักน้ำ (Syphon) มีน้ำไหลออกในอัตรา 150 L/s จงคำนวณหา

ก) ความสูญเสีย (head loss) จากจุด 1 – 3 ในรูปของ velocity head

ข) ความดันที่จุด 2 โดยที่ 2/3 ของการสูญเสีย head ทั้งหมดเกิดขึ้นระหว่างจุด 1-2



ก) ความสูญเสีย (head loss) จากจุด 1 – 3

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_3}{\rho g} + \frac{V_3^2}{2g} + Z_3 + h_L$$

h_L เป็นความสูญเสียเฮดในรูปความเร็วเฮด ที่จุด 3 ของ $kv_3^2/2g$

$$0+0+1.5 = 0 + 0 + \frac{V_3^2}{2g} + K\frac{V_3^2}{2g}$$

$$1.5 = (K+1)\frac{V_3^2}{2g}$$

อัตราการไหล $V_3 = Q / A_3 = \dfrac{150*10^{-3}}{\pi(0.1)^2} = 4.77 m/s$

แทนค่าในสมการจะได้

$1.5 = (K+1)(4.77)^2/(2*9.81)$

$K = 0.29$

การสูญเสีย head loss $h_L = (0.29)*(4.77)^2/2g = 0.34$ m

ข) ความดันที่จุด 2

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_L$$

$$0+0+0 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{4.77^2}{2*9.81} + 2 + \left(\frac{2}{3}\right)0.34$$

$$\frac{P_2}{\gamma} = -3.39m$$

$P_2 = -33.2$ kPa Ans

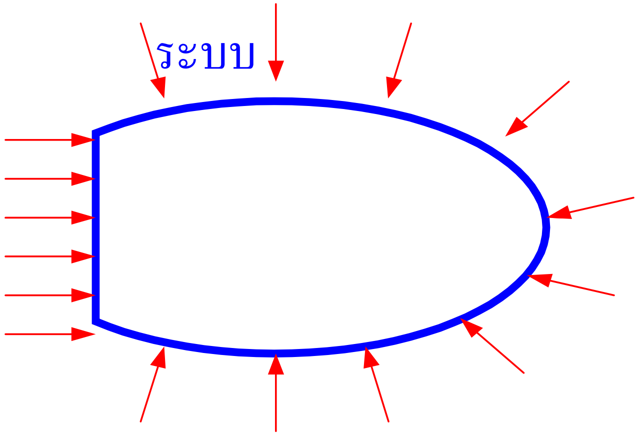
สมการโมเมนตัม (Momentum Equation)

ใช้ในการแก้ปัญหาการไหลที่มีแรงกระทำเข้ามาเกี่ยวข้องซึ่งแรงกระทำจะเกิดขึ้นเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงขนาด และทิศทางของความเร็วในการไหล

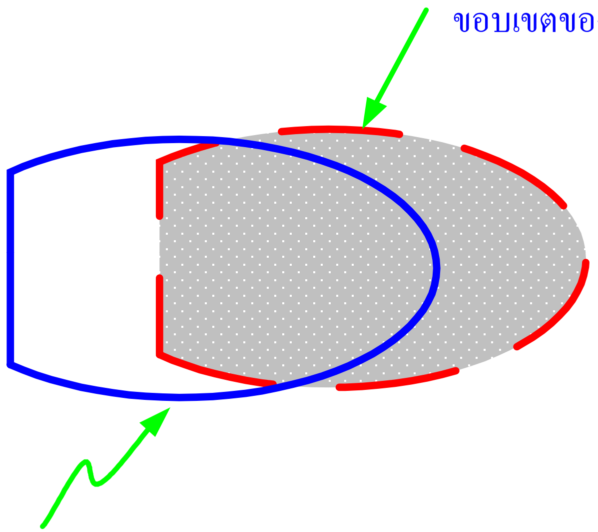
$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d}{dt}\left[m\vec{V}\right]$$

★ การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมจะเกิดในทิศทางเดียวกับแรงที่มากระทำ

เวคเตอร์แทนแรงที่กระทำต่อระบบ



ขอบเขตของระบบที่เวลา t +dt



ขอบเขตของระบบที่เวลา t

LOGO

$\left(m\vec{V}\right)_t$	โมเมนตัมที่เวลา t ของของไหลในระบบ
$\left(m\vec{V}\right)_{t+dt}$	โมเมนตัมที่เวลา t+Δt ของของไหลในระบบ
$\left(m'\vec{V}'\right)_t$	โมเมนตัมที่มีอยู่ในปริมาตรควบคุมที่เวลา t
$\left(m'\vec{V}'\right)_{t+dt}$	โมเมนตัมที่มีอยู่ในปริมาตรควบคุมที่เวลา (t+Δt)
$\Delta\left(m\vec{V}\right)_{Out}$	โมเมนตัมที่ไหลออกจากปริมาตรควบคุมที่เวลา t
$\Delta\left(m\vec{V}\right)_{In}$	โมเมนตัมที่ไหลเข้าสู่ปริมาตรควบคุมที่เวลา (t+Δt)

ที่เวลา t **โมเมนตัมของของไหลในระบบจะเท่ากับโมเมนตัมของของไหลที่อยู่ในปริมาตรควบคุมที่เวลา t**

$$\left(m\vec{V}\right)_t = \left(m'\vec{V}'\right)_t$$

LOGO

ที่เวลา t+Δt

$$\left(m\vec{V}\right)_{t+dt} = \left(m'\vec{V}'\right)_{t+dt} + \Delta\left(m\vec{V}\right)_{Out} - \Delta\left(m\vec{V}\right)_{In}$$

การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของของไหลในระบบ

$$\Delta\left(m\vec{V}\right) = \left(m\vec{V}\right)_{t+dt} - \left(m\vec{V}\right)_{t}$$

$$\Delta\left(m\vec{V}\right) = \left(m'\vec{V}'\right)_{t+\Delta t} - \left(m'\vec{V}'\right)_{t} + \Delta\left(m\vec{V}\right)_{Out} - \Delta\left(m\vec{V}\right)_{In}$$

$$\sum\vec{F} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta m\vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\left(m\vec{V}\right)}{dt}$$

Steady flow = 0

$$= \boxed{\frac{d\left(m\vec{V}\right)_{Out} - d\left(m\vec{V}\right)_{In}}{dt}} - \boxed{\cancel{\frac{d\left(m'\vec{V}'\right)_{t+\Delta t} - d\left(m'\vec{V}'\right)_{t}}{dt}}}$$

อัตราการเคลื่อนย้ายโมเมนตัมสุธิผ่าน CV.

อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมผ่าน CV

ในกรณี Steady flow

$$\sum F = \frac{d\left(m\vec{V}\right)_{Out} - d\left(m\vec{V}\right)_{In}}{dt}$$

$$\sum F = \frac{d(\rho_2 A_2 ds_2 V_2)}{dt} - \frac{d(\rho_1 A_1 ds_1 V_1)}{dt}$$

เนื่องจาก Q = VA และ V =ds/dt

$$\sum \vec{F} = \rho_2 Q_2 \vec{V}_2 - \rho_1 Q_1 \vec{V}_1$$

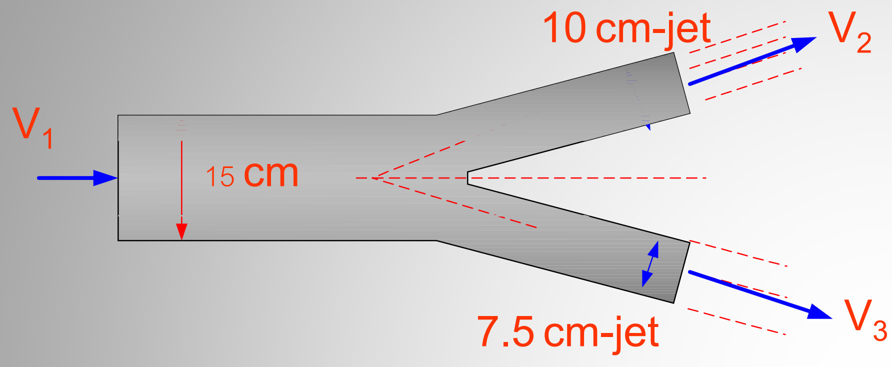
จากสมการสภาพต่อเนื่องของ steady flow

$$\rho Q = \rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2$$

สมการทั่วไป

$$\sum \vec{F} = \rho Q(\vec{V}_2 - \vec{V}_1) = \rho Q \Delta \vec{V}$$

Ex 9.3 จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรงที่น้ำกระทำต่อหัวฉีดคู่ที่วางอยู่ในแนวระดับ กำหนดให้ลำน้ำพุ่งออกจากหัวฉีดทั้งคู่มีความเร็ว 12 m/s เท่ากัน และสมมุติว่าไม่มีแรงเสียดทานในระบบ



<u>*สมการสภาพต่อเนื่อง*</u> $Q_1 = Q_2 + Q_3$

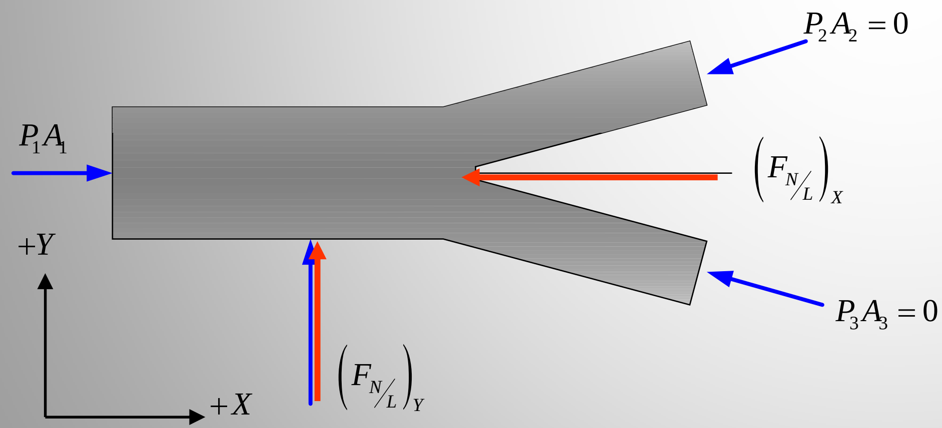
$$A_1 V_1 = A_2 V_2 + A_3 V_3$$

$$\pi * 15^2 V_1 = \pi * 10^2 * 12 + \pi 7.5^2 * 12$$

$$V_1 = 8.33 \text{ m/s}$$

$$Q_1 = (\pi/4) * 0.15^2 * 8.33 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$= 0.147 \text{ m}^3/\text{s}$$



$Q_2 = 0.094 \text{ m}^3/\text{s}$ $Q_3 = 0.052 \text{ m}^3/\text{s}$

Bernoulli Equation

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2$$

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{8.33^2}{2*9.81}+0=0+\frac{12^2}{2*9.81}+0$$

$$\frac{P_1}{\gamma}=3.8\ m$$

$P_1 = 37.3\ kN/m^3$

$F_1 = P_1 A_1 = 659\ N$

$$\sum F_X=\left(\rho Q_2 V_{2X}+\rho Q_3 V_{3X}\right)-\left(\rho Q_1 V_{1X}\right)$$

$$\sum F_x = P_1 A_1 - \left(F_{N/L}\right)_X$$

$$P_1 A_1-\left(F_{N/L}\right)_X=\left(\rho Q_2 V_{2X}+\rho Q_3 V_{3X}\right)-\rho Q_1 V_{1X}$$

$V_{2x} = V_2 \cos 15 = 12*0.966 = 11.6$ m/s

$V_{3x} = V_3 \cos 30 = 12*0.866 = 10.4$ m/s

$V_{1x} = V_1 = 8.33$ m/s

$659 - (F_{N/L})_X = 10^3 *0.094*11.6 + 10^3 *0.053*10.4 - 10^3 *0.147*8.33$ N

$(F_{N/L})_X = 659-417 = 242$ N $\quad (F_{L/N})_x = 242$ N $\rightarrow$

สมการโมเมนตัมในแนวแกน Y

$$\sum F_Y = (\rho Q_2 V_{2Y} + \rho Q_3 V_{3Y}) - (\rho Q_1 V_{1Y})$$

$V_{2Y} = V_2 \sin 15 = 3.1$ m/s

$V_{3Y} = -V_3 \sin 30 = -6.0$ m/s

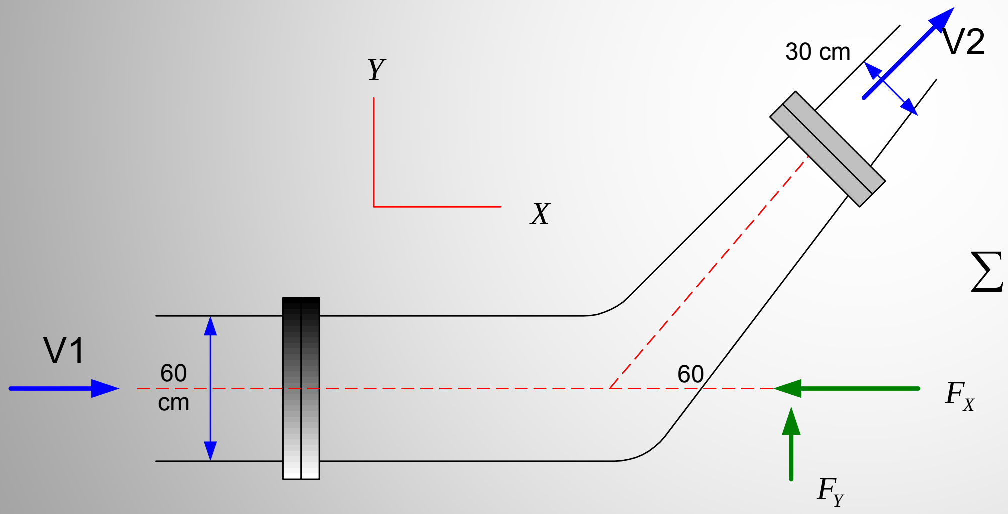
$V_1 = 0$

$(F_{N/L})_Y = 10^3 *0.094*3.1 + 10^3 *0.053*(-6) - 0 = -27$ N

$(F_{L/N})_x = 27$ N $\uparrow$

Ex 9.4 ท่องอ 60 วางอยู่ในแนวระดับมีขนาดลดลงอย่างสม่ำเสมอ จากทางเข้าขนาด 60 cm ไปสู่ทางออก 30 cm ดังแสดงในรูป ความดันตรงทางเข้าขนาด 1.75 bar จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรงที่น้ำกระทำต่อท่องอนี้

ก) เมื่อไม่มีการไหลเกิดขึ้น ข) เมื่อมีน้ำไหลผ่านในอัตรา 875 L/s



ก) เมื่อไม่มีการไหลเกิดขึ้น

สมการโมเมนตัมรอบแกน X

$$\sum F_X = \rho Q_2 V_{2x} - \rho Q_1 V_{1x} = 0$$

$$\sum F_x = P_1 A_1 - P_2 A_2 \cos 60 - F_x = 0$$

$$F_x = 43.3 \text{ kN}$$

$$(1.75 * 1.013 * 10^5)\left[\left(\frac{\pi * 0.6^2}{4}\right) - \frac{\pi * 0.3^2 * \cos 60}{4}\right] - F_x = 0$$

$$\sum F_y = \rho Q_2 V_{2y} - \rho Q_1 V_{1y} = 0$$

$$\sum F_y = -P_2 A \sin 6 + F_y = 0$$

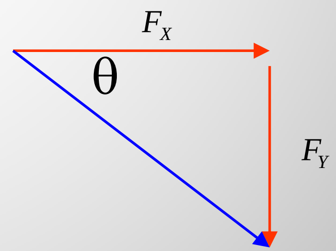
$$F_y = (1.75 * 1.013 * 10^3)\left(\frac{\pi * 0.3^2}{4}\right) = 10.7 kN$$

แรงที่น้ำกระทำต่อข้องอกับแรงที่ข้องอกระทำกับน้ำจะมีค่าเท่ากันแต่ทิศทางตรงกันข้าม

$$F_{xL} = -F_x = 43.3 kN$$

$$F_{yL} = -F_y = 1.07 kN$$

$$F = \sqrt{F_{xL}^2 + F_{yL}^2} = 44.6 kN$$



$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_{yL}}{F_{xL}}\right) = 10^0.54'$$

Ans

ข) เมื่อมีน้ำไหลผ่านในอัตรา 875 L/s

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$$

V_1 = 3.1 m/s

V_2 = 12.4 m/s

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

$$\frac{(1.75 * 1.013 * 15)}{1000 * 9.81} + \frac{3.1^2}{2 * 9.81} + 0 = \frac{P_2}{1000 * 9.81} + \frac{12.4^2}{2 * 9.81} + 0$$

P = 105.2 kPa

$$\sum F_x = \rho g (V_{2x} - V_{1x})$$

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 \cos 60 - F_x = \rho g (V_2 \cos 60 - V_1)$$

$$(1.75 * 1.013 * 10^5) * \pi * 0.3^2 - (105.2 * 10)^3 * \pi * 0.15^2 \cos 60 - F_x$$

$$= 1000 * 0.876 * (12.4 \cos 60 - 3.1)$$

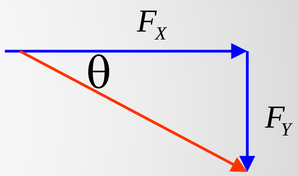
F_x = 43.13 kN ← F_y = 15.71 kN ↑

แรงที่กระทำต่อข้องอ

F_{xL} = 43.13 kN → F_{yL} = 15.71 kN ↓

$$F = \sqrt{F_{xL}^2 + F_{yL}^2} = 45.91 kN$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{F_{yL}}{F_{xL}}\right) = 20^0.6'$$



Ans