การเปรียบเทียบการไหลเชิงตัวเลขของกังหันหัวน้ำต่ำมากโดยใช้ RANS และ LES

Comparison of Flow Simulation of Very Low Head (VLH) Turbine Using RANS and LES

วีระพล นวนทอง¹ และสิริวิชญ์ เตชะเจษฎารังษี^{2*}

Received: April, 2016; Accepted: July, 2016

บทคัดย่อ

ด้วยข้อจำกัดด้านทรัพยากรคอมพิวเตอร์สมรรถนะสูงและเวลาซีพียู (CPU Time) ที่ต้องใช้อย่างมีประสิทธิภาพ การเลือกใช้วิธีการคำนวณเชิงตัวเลขที่เหมาะสมจึงเป็นสิ่งที่จำเป็นมาก ดังนั้นวัตถุประสงค์งานนี้คือการศึกษา เปรียบเทียบผลการคำนวณการไหลภายในกังหันหัวน้ำต่ำมาก (VLH Turbine) ที่ความเร็วใบพัค 200 รอบต่อนาที กับระดับหัวน้ำ 2 เมตร ด้วยแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ RANS (realizable k-ɛ) ที่สภาวะ การไหลคงที่ เปรียบเทียบกับแบบ LES (Smagorinsky-Lilly) ที่สภาวะการไหลไม่คงที่ เพื่อหาข้อสรุปผล ความแตกต่างเฉลี่ยของอัตราการไหล หัวน้ำรวม และแรงบิด ที่ส่งผลต่อค่าความแตกต่างเฉลี่ยของประสิทธิภาพ และกำลังการผลิตของกังหัน งานวิจัยนี้จึงได้ใช้เทคนิคการสุ่มลูกบาศก์หลายมิติแบบลาตินสำหรับการออกแบบ การทดลอง 30 รูปแบบกลุ่มตัวอย่าง ด้วยการปรับมุมระหว่างไกด์เวนและใบพัด พบว่าผลเปรียบเทียบกัน ระหว่าง 2 แบบจำลองของการไหลปั่นป่วน ให้ค่าความแตกต่างเฉลี่ยของอัตราการไหลและหัวน้ำรวม มีค่าต่ำกว่า 1% ผลต่างแรงบิดไม่เกิน 2% โดยส่งผลให้ค่าความแตกต่างเฉลี่ยของประสิทธิภาพและกำลัง การผลิตของกังหันประมาณ 3% ซึ่งจากผลต่างเชิงตัวเลขที่พบอาจสรุปได้ว่า ผลการใช้แบบจำลองของการไหล ปั่นป่วนแบบ RANS (realizable k-ɛ) และแบบ LES (Smagorinsky-Lilly) ให้ค่าแตกต่างเลลี่ยางาลองของการไหล นัยสำคัญมากนัก แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ RANS (realizable k-ɛ) จึงเป็นอีกทางเลือก ที่เหมาะสมสำหรับกังหันหัวน้ำต่ำมาก เมื่อเทียบกับการใช้ทรัพยากรคอมพิวเตอร์และเวลาประมวลผลที่น้อยกว่า

คำสำคัญ : กังหันหัวน้ำต่ำมาก; พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ; การสุ่มลูกบาศก์หลายมิติแบบลาติน; RANS; LES

² คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี อุบลราชธานี

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ขอนแก่น

Corresponding Author E - mail Address: sirivit.t@ubu.ac.th

Abstract

Due to the limitation of computer resources, the efficient numerical method is necessary. Thus, the objective of this study was to compare the computational results of a very low head turbine (VLH turbine) flow at the runner speed of 200 rpm and the water head level of 2 meters between the steady state turbulence model of RANS (realizable $k-\varepsilon$) and the LES (Smagorinsky-Lilly) for the unsteady state. In order to identify the different results of the flow rate, the total head and the torque that affect the efficiency and the power output of the turbine, this research has used the Latin hypercube sampling technique for experimental design of 30 models by adjusting the angles between the guide vane and runner blade. By comparing the results of the total head were less than 1%, and less than 2% for torque. The difference was less than 3% for the numerical results of power output and efficiency. It could be concluded that the difference of the numerical results using both turbulent models was not significant. Thus the turbulence model of RANS (realizable $k-\varepsilon$) is appropriated for VLH turbine flow simulation when computer resources and time consumption are concerned.

Keywords: VLH turbine; Computational Fluid Dynamics; Latin Hypercube Sampling; RANS; LES

บทนำ

กังทันน้ำคืออุปกรณ์สำคัญในการผลิตไฟฟ้าพลังน้ำที่เป็นแหล่งพลังงานทดแทนอีกรูปแบบหนึ่ง เพื่อแก้ปัญหา การขาดพลังงานและลดมลภาวะสิ่งแวดล้อมจากการใช้น้ำมันและถ่านทิน ปัจจุบันความก้าวหน้าทางด้าน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์มีส่วนสำคัญอย่างมาก ในการช่วยลดต้นทุนและเวลาของการออกแบบ กังทันน้ำด้วยหลักการ พลศาสตร์ของไหลเซิงคำนวณ (Computational Fluid Dynamics, CFD) ซึ่งเป็นการทำนายการไหลที่มีประสิทธิภาพ [1] และมีความน่าเชื่อถือระดับสูงในการศึกษาพฤติกรรมการทำงาน สำหรับเครื่องจักรกลของไหล [2] โดยเฉพาะอย่างยิ่งการจำลองการไหลภายในกังหันน้ำ ยกตัวอย่างเช่น งานของ Yang, W. et al. ใช้การคำนวณ CFD กับแบบจำลองของการไหลภายในกังหันน้ำ ยกตัวอย่างเช่น งานของ Yang, W. et al. ใช้การคำนวณ CFD กับแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ Shear Stress Transport k- ω (SST k- ω) จำลองการไหลภายในกังหันชนิดกระเปาะ (Bulb Turbine) แบบ 3 มิติ ในสภาวะการไหลคงที่ เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพกังหันกับการทดลอง ซึ่งผลที่ได้มีความแตกต่างกัน มากที่สุดไม่เกิน 1.8% [3] เช่นเดียวกันงานของ Ge, X. et al. [4] และ Yang, C. et al. [5] เลือกใช้ แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ Re-Normalisation Group k- ε (RNG k- ε) ผลประสิทธิภาพ ของกังหันมีความสอดคล้องกับการทดลองเป็นอย่างดี นอกจากนี้ได้มีการศึกษาแบบจำลองของการไหล ปั่นป่วนแบบ k- ε ในการจำลองการไหลภายในกังหันบนทั่วน้ำต่ำกว่า 1.2 เมตร กับความเร็ว 200 รอบต่อนาที ให้ค่ากำลังการผลิตแตกต่างจากผลการทดลองน้อยกว่า 5% [6] และในการทำนายงานของ Kaniecki, M. et al. [2] พบว่าแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ realizable k- ε กับ Enhanced Near-Wall Treatment เป็นการคำนวณที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด ขณะที่การจำลองการไหลในกังหันฟรานซิส (Francis Turbine)โดยใช้แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ Large Eddy Simulation (LES) ในรูปแบบ Smagorinsky-Lilly เปรียบเทียบกับแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ standard k- ε พบว่าผลการ ้คำนวณเชิงตัวเลขของแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ LES ให้ประสิทธิภาพกังหันสงกว่าแบบจำลอง ของการไหลปั่นป่วนแบบ standard k- ε ที่ 1.2% [7] และในงานของ Liu, C. et al. พบว่าแบบจำลอง ของการไหลปั่นป่วนแบบ LES ในรูปแบบ Smagorinsky-Lilly ให้ผลการทำนายปัจจัยกำลังการผลิต ของปั้มและอัตราส่วนแรงบิคกังหันต่อปั้มเปรียบเทียบกับการทคลองถูกต้องมากกว่าแบบจำลองของ การไหลปั่นป่วนแบบ RNG k- ε โดยมีค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนของปัจจัยกำลังการผลิตปั้ม 2% และ อัตราส่วนแรงบิดกังหันต่อปั้มต่ำกว่า 6.78% สำหรับแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ RNG k- ε มีค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนของอัตราส่วนแรงบิดกังหันต่อปั้มไม่เกิน 7.96% ขณะที่เวลาในการคำนวณ เขิงตัวเฉขด้วยแบบจำฉองของการไหลงไ้นป่วนแบบ RNG k- ɛ ให้ความรวดเร็วมากกว่าแบบจำลอง ของการไหลปั่นป่วนแบบ LES ในรูปแบบ Smagorinsky-Lilly ถึง 2.5 เท่า [8] แต่อย่างไรก็ตาม แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ LES (Smagorinsky-Lilly) ซึ่งเป็นสภาวะการไหลไม่คงที่และ แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ RANS ในรูปแบบ realizable k- ε กับ Enhanced Near-Wall Treatment ที่สภาวะการไหลคงที่ ทั้ง 2 แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนเป็นการคำนวณ CFD โดยใช้ ระเบียบวิธีปริมาตรสืบเนื่อง (Finite Volume Method, FVM) สำหรับการจำลองการไหลภายในกังหัน ที่มีประสิทธิภาพมากจากการทบทวนวรรณกรรม ซึ่งที่ผ่านมายังไม่มีรายงานถึงการศึกษาเปรียบเทียบ ผลการคำนวณระหว่าง 2 แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนนี้ เนื่องจากแบบจำลองของการไหลปั่นป่วน แบบ RANS ในรูปแบบ realizable k- є กับ Enhanced Near-Wall Treatment ที่สภาวะการไหลคงที่ จากงานของ Kaniecki, M. et al. มีการตรวจสอบผลการคำนวณเชิงตัวเลขใกล้เคียงกับผลการทดลอง มากที่สุด [2] จึงเป็นเหตุผลนำไปสู่การเปรียบเทียบการคำนวณเชิงตัวเลขกับแบบจำลองของการไหล ปั่นป่วนแบบ LES (Smagorinsky-Lilly) ที่สภาวะการไหลไม่คงที่ ซึ่งแบบจำลองของการไหลปั่นป่วน แบบ LES นี้ เป็นที่ยอมรับโดยทั่วกันว่ามีความแม่นยำมากกว่าแต่การประมวลผลใช้เวลาที่นานกว่า เพื่อเป็นการลดอุปสรรคการใช้ทรัพยากรคอมพิวเตอร์และเวลาประมวลผลที่น้อยกว่า การเปรียบเทียบ ผลการคำนวณจากแบบจำลองการไหลทั้ง 2 แบบนี้จึงเป็นประเด็นศึกษา ทั้งนี้การจำลองการไหลภายใน ้กังหันหัวน้ำต่ำมาก (VLH Turbine) ที่มีความเร็วใบพัด 200 รอบต่อนาที กับระดับหัวน้ำ 2 เมตร ที่เป็น ้กรณีศึกษาในครั้งนี้ เพื่อหาข้อสรุปผลความแตกต่างเฉลี่ยของอัตราการไหล หัวน้ำรวม และแรงบิด ้ที่ส่งผลต่อค่าความแตกต่างเฉลี่ยของประสิทธิภาพและกำลังการผลิตของกังหันด้วยเช่นกัน

ดังนั้นวัตถุประสงค์งานนี้จึงเป็นการศึกษาเปรียบเทียบผลการคำนวณการไหลภายในกังหัน หัวน้ำต่ำมาก ด้วยแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ RANS ในรูปแบบ realizable k-*ɛ* กับ Enhanced Near-Wall Treatment เปรียบเทียบกับแบบ LES ในรูปแบบ Smagorinsky-Lilly เพื่อหาข้อสรุประหว่างผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนทั้งสองแบบนี้ โดยการศึกษานี้ ได้สุ่มเลือก 30 รูปแบบกลุ่มตัวอย่าง ด้วยการปรับเปลี่ยนมุมของใบกังหัน โดยใช้เทคนิคการสุ่มลูกบาศก์ หลายมิติแบบลาติน (Latin Hypercube Sampling, LHS) ออกแบบการทดลอง

การออกแบบการทดลอง

1. กังหันน้ำต้นแบบสำหรับการคำนวณเชิงตัวเลข

การศึกษานี้เป็นส่วนหนึ่งของโครงการพัฒนาแหล่งหัวน้ำต่ำกว่า 2 เมตร และอัตราการไหล ไม่เกิน 5 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที ที่บริเวณท้ายโรงไฟฟ้าพลังน้ำเขื่อนน้ำพุง จังหวัดสกลนคร ประเทศไทย ในเงื่อนไขของโครงการนี้การติดตั้งกังหันผลิตไฟฟ้าพลังน้ำต้องไม่มีผลกระทบต่อประสิทธิภาพของ โรงไฟฟ้าเดิม โดยกังหันไหลตามแกนถูกเลือกสำทรับการออกแบบติดตั้ง มีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาด 1.15 เมตร จากการออกแบบด้วยพื้นฐานทางทฤษฏีเครื่องจักรกลของไหล ซึ่งประกอบไปด้วยใบพัด (Runner Blade) 5 ใบ และใบไกด์เวน (Guide Vane) 12 ใบ เป็นการกำหนดเบื้องต้นสำหรับ การออกแบบและใช้เป็นโดเมนการคำนวณเชิงตัวเลขในรูปแบบเต็ม 3 มิติ ดังแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 กังหันไหลตามแกนต้นแบบ

2. เทคนิคการสุ่มลูกบาศก์หลายมิติแบบลาติน

เทคนิคการสุ่มลูกบาศก์หลายมิติแบบลาติน (Latin Hypercube Sampling, LHS) ถูกนำ มาใช้สำทรับการออกแบบการทดลอง จำนวน 30 รูปแบบกลุ่มตัวอย่าง ด้วยการปรับเปลี่ยนมุมใบของ ไกด์เวนและใบพัดที่ตำแหน่งทางเข้าและทางออกบริเวณโคนใบและปลายใบ ดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 มุมบนหน้าตัดของใบไกด์เวนและใบพัด

โดยเทคนิค LHS เป็นการแบ่งขอบเขตของตัวแปรมุมใบแต่ละตัวออกเป็นช่วงย่อย *M* ช่วง ดังนั้น ช่วงย่อยที่ *jth* ของตัวแปรออกแบบที่ *ith* สามารถแสดงสมการ

$$L_{ij} = L_i + (j-1)(U_i - L_i) / M \le X_{ij} \le L_i + j(U_i - L_i) / M = U_{ij}$$
(1)

จากนั้นใช้หลักการสุ่มของวิธีมอนติคาร์โลในการสร้างจุดเทรนนิ่ง โดยใช้ตัวเลขสุ่มที่กระจายตัว แบบเอกรูป (Uniform Random Number) เอลิเมนต์ที่ *ith* ของตัวแปรมุมใบ X จากสมการ

$$X_{ij} = L_{ij} + (U_{ij} - L_{ij}) rand$$
(2)

เมื่อ L_{ij} และ U_{ij} เป็นขอบเขตล่างและขอบเขตบนตามลำดับ และ $rand \in [0,1]$ เป็นตัวเลขสุ่ม ที่กระจายตัวแบบเอกรูป

หลังจากได้รับค่า X_{ii} ทั้งหมด ในรูปแบบเอลิเมนต์ของเมตริกซ์ออกแบบ X และสุดท้ายเมตริกซ์ ออกแบบจะได้ด้วยการสลับตำแหน่งของเอลิเมนต์ในแถวของ X แบบสุ่ม [9] – [10] ซึ่งผลที่ได้แสดง ในตารางที่ 1

	มุมของใบไกด์เวนและใบพัด (องศา)								
ว็มแกก	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8	
1	11.2	22.7	34.8	49.2	29.2	42.3	46.7	55.5	
2	17.5	21.1	36.9	48.1	29.6	39.3	48.4	61.6	
3	12.1	29.7	38.1	44.5	33.6	38.7	45.8	57.0	
4	16.2	20.1	32.5	44.0	26.6	42.9	47.3	59.7	
5	18.0	20.8	31.4	40.4	27.8	44.4	50.5	63.6	
6	19.9	24.4	32.8	46.7	27.5	36.0	50.8	58.5	
7	15.9	25.1	33.1	42.8	25.9	43.6	51.1	56.5	
8	19.4	26.7	34.5	44.9	34.7	44.8	45.3	59.3	
9	18.4	28.5	35.4	42.3	34.4	39.6	48.1	59.5	
10	19.0	25.6	32.2	48.4	26.1	43.8	47.6	63.7	
11	17.0	26.4	36.4	47.4	32.5	36.3	53.5	62.2	
12	13.2	21.9	33.8	41.8	31.3	41.1	53.8	57.9	
13	17.9	20.4	38.4	49.0	30.6	43.0	52.0	64.1	
14	14.2	29.1	31.7	49.8	34.1	35.5	54.9	60.6	
15	10.2	24.0	35.3	46.8	30.1	40.3	49.2	57.3	
16	12.0	28.1	30.7	43.7	28.3	38.1	50.3	56.0	
17	14.7	27.0	38.9	43.5	31.6	40.8	50.0	60.7	
18	15.3	23.7	31.2	40.1	28.9	41.6	47.8	62.7	
19	16.4	23.0	39.7	45.7	27.1	36.7	45.4	58.7	
20	10.5	23.4	37.1	46.2	33.7	40.0	53.2	62.5	
21	12.7	22.4	33.4	49.4	33.0	44.3	54.3	61.0	
22	13.9	24.7	39.0	42.5	26.9	36.5	51.6	60.1	
23	11.3	28.9	34.1	47.0	25.7	41.7	46.5	63.3	
24	15.6	26.3	39.6	40.9	31.7	37.2	48.9	64.9	
25	11.0	26.0	30.9	41.6	30.9	42.5	54.7	55.1	
26	19.0	29.4	30.2	45.1	29.8	40.7	49.5	58.1	
27	14.7	27.8	37.5	45.5	25.3	35.3	52.2	57.5	
28	16.8	27.5	36.1	43.2	32.1	38.0	52.4	64.7	
29	12.4	21.5	35.8	41.0	28.5	38.6	46.0	61.7	
30	13.4	22.1	37.9	47.8	33.1	37.5	52.7	56.2	

ตารางที่ 1 มุมใบของไกด์เวนและใบพัด จำนวน 30 รูปแบบกลุ่มตัวอย่าง

การคำนวณพลศาสตร์ของไหล

1. ทฤษฎีการคำนวณ

การคำนวณ CFD ในโปรแกรม ANSYS/Fluent สำหรับการศึกษานี้ เป็นการใช้ 2 แบบจำลอง ของการไหลปั่นป่วนแบบ RANS (realizable k-ɛ) กับ Enhanced Near-Wall Treatment และ แบบ LES (Smagorinsky-Lilly) สำหรับการคำนวณการไหลภายในกังหันหัวน้ำต่ำมาก เพื่อเปรียบเทียบ ผลความแตกต่างระหว่าง 2 แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนนี้ใน 30 รูปแบบกลุ่มตัวอย่าง ด้วยการปรับเปลี่ยน ค่ามุมของใบไกด์เวนและใบพัด ดังแสดงลักษณะของกังหันไว้ในรูปที่ 1 และค่ามุมในตารางที่ 1

โดยสมมติฐานการจำลองการไหลภายในกังหันหัวน้ำต่ำมากเป็นการไหลแบบไม่ยุบตัว สามารถแสดงพื้นฐานสมการควบคุม (Governing Equations) คือ สมการอนุรักษ์มวลหรือสมการ ความต่อเนื่อง (Continuity Equation) และสมการอนุรักษ์โมเมนตัม (Momentum Conservation Equations) ดังนี้

$$\frac{d_{\rho}}{dt} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \tag{3}$$

$$\frac{d}{dt}(\rho\vec{V}) + \nabla \cdot (\rho\vec{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} + \rho\vec{g} + \vec{F}$$
(4)

เมื่อ

- ho เป็นความหนาแน่นของของไหล
- $ec{V}$ เป็นเวคเตอร์ความเร็ว
- p เป็นความดันสถิต (Static Pressure)
- g เป็นความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก
- $ec{F}$ เป็นแรงภายนอกที่มากระทำ
- *t* เป็นเวลา
- และ $\overline{ au}$ เป็นเมตริกซ์ความเค้น (Stress Tensor) ให้เป็น

$$\vec{\tau} = \mu \left[(\nabla \vec{V} + \nabla \vec{V}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} I \right]$$
(5)

เมื่อ

- μ เป็นความหนืดโมเลกุล
- I เป็นเมตริกซ์ 1 หน่วย และพจน์ที่ 2 ด้านขวามือเป็นผลของการขยายปริมาณ

โดยแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ RANS (realizable k-ɛ) เป็นการพัฒนาสมการ สำหรับความหนึดปั่นป่วนและสมการส่งถ่ายอัตราการกระจายที่ได้มาจากสมการสำหรับส่งถ่ายของ ความผันผวนการวนเฉลี่ยกำลังสอง ซึ่งสมการส่งถ่าย (Transport Equations) สามารถแสดงได้คือ

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_{j}}(\rho k u_{j}) = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\left(\mu + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{k}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_{j}} \right] + G_{k} + G_{b} - \rho \varepsilon - Y_{M} + S_{k} \quad (6)$$
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_{j}}(\rho \varepsilon u_{j})$$
$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\left(- \mu_{t} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varepsilon} \right] = \sigma \sigma - \varepsilon \varepsilon^{2} - \sigma \varepsilon \varepsilon^{2} - \sigma \varepsilon \varepsilon \sigma - \sigma \varepsilon^{2}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\left(\mu + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_{j}} \right] + \rho C_{1} S \varepsilon - \rho C_{2} \frac{\varepsilon^{2}}{k + \sqrt{v\varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_{b} + S_{\varepsilon}$$
(7)

เมื่อ G_k หมายถึงการสร้างพลังงานจลน์ปั่นป่วนที่เกิดขึ้นเนื่องจากการไล่ระดับสีความเร็ว โดย G_b เป็นการสร้างพลังงานจลน์ปั่นป่วนที่เกิดขึ้นเนื่องจากการลอยตัว และ Y_M หมายถึงการขยาย ความผันผวนในความปั่นป่วนอัดตัวที่ก่อให้เกิดอัตราการกระจายโดยรวม S_c และ S_k เป็นแหล่งที่มา ถูกกำหนดโดยผู้ใช้ σ_k และ σ_c เป็นจำนวน Prandtl ความปั่นป่วนสำหรับพลังงานจลน์ปั่นป่วนและ การกระจายของมัน

สำหรับความหนืดปั่นป่วนเป็นการแสดงสมการดังนี้

$$\mu_t = \rho C_u \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{8}$$

เมื่อ C_u จะคำนวณจาก

$$C_{\mu} = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}} \tag{9}$$

เมื่อ

$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \widetilde{\Omega}_{ij}\widetilde{\Omega}_{ij}}$$
 และ $\widetilde{\Omega}_{ij} = \overline{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk}\omega_k - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k$

ในสมการเบื้องต้น $\overline{\Omega}_{ij}$ เป็นอัตราเฉลี่ยของการหมุนเมตริกซ์ที่เห็นในกรอบอ้างอิงการหมุน ด้วยความเร็วเชิงมุม ω_k ซึ่งค่าคงที่ A_0 และ A_S จะกำหนดเป็น

$$A_0 = 4.04, A_S = \sqrt{6}\cos\phi$$

เมื่อ

$$\phi = \frac{1}{3}\cos^{-1}\left(\sqrt{6}\frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\widetilde{S}^3}\right), \widetilde{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}, S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)$$

ซึ่ง C_{μ} เป็นฟังก์ชันของความเครียดเฉลี่ยและอัตราการหมุน ความเร็วเชิงมุมของระบบ การหมุน และพลังงานจลน์ปั่นป่วนและอัตราการกระจาย ค่ามาตรฐานของ C_{μ} หาได้จากสมการที่ (8) โดยค่าคงที่ของ $C_{1\varepsilon}$ =1.44 C_2 =1.9 σ_k =1.0 และ σ_{ε} =1.2

กรณีแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ LES เป็นการไหลวนขนาดใหญ่ขึ้นอยู่กับรูปทรง เรขาคณิตที่เล็กกว่า ซึ่งเป็นสากลมากขึ้น คุณสมบัตินี้ช่วยให้การแก้ปัญหาระหว่างการคำนวณการไหลวน ขนาดใหญ่คิดเป็นสัดส่วนสำหรับการไหลวนขนาดเล็กโดยการใช้รูปแบบ Subgrid-Scale Reynolds Stress คือสมการ

$$\tau_{ij} = -2\upsilon_T \overline{S}_{ij} + \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} \tag{10}$$

เมตริกซ์อัตราการเปลี่ยนรูป (\overline{S}_{ij})เป็น

$$\overline{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} \right) + \left(\frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]$$
(11)

และสัมประสิทธิ์ความหนืดไหลวน ($oldsymbol{
u}_T$)

$$\nu_T = \left(C_s \Delta\right)^2 \left|\overline{S}\right| \tag{12}$$

ซึ่งขนาดของเมตริกซ์อัตราการเปลี่ยนรูป $\left|\overline{S}\right| = (2\overline{S_{ij}S_{ij}})^{\frac{1}{2}}$ และ Δ เป็นขนาดการกรอง โดยที่ C_s เป็นสัมประสิทธิ์ Smagorinsky [8], [11] - [12]

2. ขอบเขตเงื่อนไข

กังทันไหลตามแกนกับระดับหัวน้ำต่ำ 2 เมตร และอัตราการไหล 5 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที เป็นสภาวะการทำงานที่แรงดันค่อนข้างต่ำ ดังนั้นในการจำลองกังทันเบื้องต้นโดยระเบียบวิธีปริมาตร สืบเนื่อง (Finite Volume Method, FVM) จึงกำหนดความเร็วรอบต่ำของใบพัดกังหันที่ 200 รอบต่อนาที เป็นกรณีศึกษา มีโดเมนการไหลประกอบด้วย ส่วนท่อทางเข้าที่มีใบไกด์เวนและส่วนท่อทางออก กำหนดให้ หยุดนิ่งกับที่ ขณะที่โดเมนส่วนใบพัดเป็นการหมุนความเร็วคงที่ 200 รอบต่อนาที โดยแบบจำลองของการไหล ปั่นป่วนแบบRANS(realizablek-ɛ)ในสภาวะการไหลคงที่แกนหมุนของโคเมนใบพัดเป็นการใช้กรอบอ้างอิง (Reference Frame) และแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ LES สภาวะการไหลไมคงที่ แกนหมุนของ โดเมนใบพัดเป็นตาข่ายเลื่อน (Sliding Mesh) ซึ่งทั้ง 2 แบบจำลองนี้ ในการเชื่อมระหว่างโดเมนเป็น Mesh Interface และพื้นผิวผนังของใบไกด์เวนทยุดนิ่ง ส่วนใบพัดเป็นการหมุน ขณะที่ทางเข้ากำหนดเป็น ความดันรวม และทางออกความดันเป็นศูนย์

สำหรับการแก้ปัญหา กลุ่มรูปแบบ ความดัน - ความเร็ว (Pressure Velocity Coupling) เป็นการใช้ขั้นตอนวิธีการควบคู่ (Coupled) โดยความดันเป็นรูปแบบมาตรฐาน และโมเมนตัมใช้รูปแบบ Quick

โดยค่าที่ได้จากโปรแกรม CFD (ANSYS/Fluent) ประกอบไปด้วย อัตราการไหล ความดันรวม ของทางเข้าและทางออก และแรงบิด ค่าตัวแปรเหล่านี้ถูกนำมาใช้ในการคำนวณทฤษฎีเครื่องจักรกลของไหล เพื่อหาหัวน้ำรวม ประสิทธิภาพ และกำลังการผลิตที่ได้ของกังหัน ซึ่งสามารถแสดงสมการความสัมพันธ์คือ

$$\Delta H_{total} = \frac{\Delta P_{total}}{\rho g} \tag{13}$$

$$\eta = \frac{P_{ower}}{Q\Delta P_{total}}$$
(14)

$$Power = \tau \omega \tag{15}$$

เมื่อ

ΔH_{total}	เป็นความแตกต่างของระดับทัวน้ำรวม
ΔP_{total}	ເປ็นความแตกต่างระหว่างความดันรวมที่ทางเข้าและทางออก
ρ	เป็นความหนาแน่นของน้ำ
g	เป็นความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก
η	เป็นประสิทธิภาพการทำงานของกังทัน
Power	เป็นกำลังการผลิตของกังหัน
\mathcal{Q}	เป็นอัตราการไหล
τ	เป็นแรงบิด
ω	เป็นความเร็วเชิงมุมของใบพัดกังหัน

3. โครงตาข่ายบนกังหันไหลตามแกน

การตรวจสอบจำนวนองค์ประกอบของโครงตาข่าย (Mesh) สำหรับคำนวณการไหลภายใน กังหันของงานนี้ เป็นเลือกการใช้ตาข่ายชนิด Tetrahedral 3 มิติ ดังแสดงในรูปที่ 3 โดยการคำนวณ เชิงตัวเลขเบื้องต้นใช้แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ RANS ในรูปแบบ realizable k- ε กับ Enhanced Near-Wall Treatment ที่สภาวะการไหลคงที่ เพื่อหาจำนวนองค์ประกอบของตาข่าย ที่เหมาะสมดังผลที่ได้ในรูปที่ 4



รูปที่ 3 ตาข่าย 3 มิติ Tetrahedral

92 การเปรียบเทียบการไหลเชิงตัวเลขของกังหันหัวน้ำต่ำมากโดยใช้ RANS และ LES



รูปที่ 4 ผลการตรวจสอบจำนวนองค์ประกอบของตาข่าย

จากรูปที่ 4 แสดงผลการตรวจสอบจำนวนองค์ประกอบของตาข่ายตั้งแต่ 4.7 - 8.9 ล้าน แสดงให้ เห็นผลการเปลี่ยนแปลงประสิทธิภาพของกังหันเริ่มมีค่าค่อนข้างคงที่ใกล้เคียงกันตั้งแต่จำนวน องค์ประกอบของตาข่ายมากกว่า 5.4 ล้านขึ้นไป ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยโดยประมาณ ± 0.19% ดังนั้น จำนวนองค์ประกอบของตาข่ายมีความเหมาะสมจึงเลือกที่ประมาณ 6 ล้าน

4. ผลการคำนวณเชิงตัวเลขและการอภิปราย

การคำนวณการไหลภายในกังหันหัวน้ำต่ำมากโดยใช้ CFD กับ 2 แบบจำลองของการไหล ปั่นป่วนแบบ RANS (realizable k-ɛ) และแบบ LES (Smagorinsky-Lilly) เพื่อยืนยันความถูกต้อง ของการจำลอง จะเป็นการตรวจสอบการคำนวณเชิงตัวเลขเปรียบเทียบกับผลการทดลองในงานของ M. Ramos, et al. โดยใช้ลักษณะกังหันและชุดข้อมูลที่เหมือนกันกับงานของ M. Ramos, et al. [13] ผลที่ได้เป็นการแสดงในรูปที่ 5



รูปที่ 5 การคำนวณเชิงตัวเลขเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

จากรูปที่ 5 ผลการตรวจสอบการจำลองกับการทดลองในงานวิจัยตัวอย่างเบื้องต้น [13] ได้แสดง ให้เห็นผลลัพธ์การคำนวณเชิงตัวเลขของทั้ง 2 แบบจำลองของการไหลปั่นป่วน ซึ่งมีแนวโน้มใกล้เคียง ในทิศทางเดียวกันกับผลการทดลอง โดยผลการคำนวณเชิงตัวเลขของทั้ง 2 แบบจำลองของการไหลปั่นป่วน แสดงให้เห็นจดที่กังหันมีประสิทธิภาพสงสดเช่นเดียวกับผลการทดลอง คือที่อัตราการไหลประมาณ 0.0037 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที และหัวน้ำประมาณ 0.15 เมตร ซึ่งประสิทธิภาพสูงสุดของกังหัน ้จากผลการทดลองประมาณ 53% และจากการคำนวณเชิงตัวเลขของแบบจำลองของการไหลปั่นป่วน แบบ LES (Smagorinsky-Lilly) เป็น 50.9% และแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ RANS (realizable k- ε) เป็น 47.22% โดยแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ LES (Smagorinsky-Lilly) ้แสดงค่าประสิทธิภาพกังหันสูงสุดได้ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากกว่าแบบจำลองของการไหลปั่นป่วน แบบ RANS (realizable k- ε) แต่อย่างไรก็ตามในวัตถประสงค์ของงานนี้ที่ได้กล่าวมาแล้วเบื้องต้น ้คือเพื่อเป็นการลดอุปสรรคการใช้ทรัพยากรคอมพิวเตอร์และเวลาประมวลผลในการคำนวณเชิงตัวเลข ้สำหรับการจำลองการไหลภายในกังหันหัวน้ำต่ำมาก (VLH Turbine) ที่มีความเร็วใบพัด 200 รอบต่อนาที ้กับระดับทั่วน้ำ 2 เมตร เป็นกรณีศึกษาในการทาข้อสรปผลความแตกต่างเฉลี่ยของอัตราการไหล หัวน้ำรวม และแรงบิด ที่ส่งผลต่อค่าความแตกต่างเฉลี่ยของประสิทธิภาพและกำลังการผลิตของกังหัน ซึ่งผลการ เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่าง 2 แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนนี้ กับ 30 รูปแบบกลุ่มตัวอย่าง ด้วยการปรับเปลี่ยนมุมของใบกังหันดังแสดงในตารางที่ 1 และผลการคำนวณเชิงตัวเลข ได้แสดงค่า อัตราการไหล ในรูปที่ 6 หัวน้ำรวมในรูปที่ 7 และแรงบิดในรูปที่ 8



รูปที่ 6 อัตราการไหลกับ 30 รูปแบบกลุ่มตัวอย่าง



รูปที่ 7 หัวน้ำรวมกับ 30 รูปแบบกลุ่มตัวอย่าง



รูปที่ 10 กำลังการผลิตกับ 30 รูปแบบกลุ่มตัวอย่าง

จากรูปที่ 6 - 8 กับ 2 แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนที่สภาวะการไหลคงที่ (RANS) และสภาวะ การไหลไม่คงที่ (LES) แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มและค่าใกล้เคียงกันในการคำนวณการไหลเชิงตัวเลข ซึ่งค่าอัตราการไหลและหัวน้ำรวม จากผลการคำนวณด้วยแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ RANS เปรียบเทียบค่ากับแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ LES ส่วนมากจะให้ผลลัพธ์ที่สูงกว่า ขณะที่แรงบิด จะให้ค่าที่ต่ำกว่า เนื่องจากมีปัจจัยมาจากการลดรูปของตัวแปรเวลาในสมการที่ (3) ด้วยการตัดพจน์แรก ของสมการออกสำหรับการคำนวณที่สภาวะการไหลคงที่ และการเพิ่มพจน์ความเร่งในสมการที่ (4) ซึ่งเป็นการใช้สำหรับกรณีกรอบอ้างอิงการหมุนของใบพัด สามารถขยายเป็น

$$\frac{d}{dt}(\rho\vec{V_r}) + \nabla \cdot (\rho\vec{V_r}\vec{V_r}) + \rho(2\vec{\omega} \times \vec{V_r} + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r}) = -\nabla p + \nabla \cdot \overline{\tau_r} + \vec{F}$$
(16)

เมื่อ $2\vec{\omega} \times \vec{V_r}$ คือความเร่ง Coriolis และ $\vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r}$ เป็นความเร่งสู่ศูนย์กลาง [12] โดยผลการเปรียบเทียบของทั้ง 2 แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนนี้ใน 30 รูปแบบกลุ่มตัวอย่าง มีค่า ความแตกต่างเฉลี่ยของอัตราการไหล หัวน้ำรวมและแรงบิด สามารถแสดงได้ในตารางที่ 2 ค่าความแตกต่าง เฉลี่ยรวมทั้งระบบประกอบด้วย อัตราการไหล หัวน้ำรวม และแรงบิดเป็น 2.06% ± 0.56 โดยที่แรงบิด มีค่าความแตกต่างเฉลี่ยมากที่สุด และในรูปที่ 9 และ 10 ประสิทธิภาพและกำลังการผลิตของกังหันที่ได้ จากแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ LES เมื่อเปรียบเทียบผลกับแบบ RANS ส่วนมากให้ค่าที่สูงกว่า เนื่องจากค่าแรงบิดในการคำนวณของแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ LES ที่ได้สูงกว่าค่าแรงบิด ของแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ RANS ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Su, W.-T. et al. [7]

ตารางที่ 2 ค่าความแตกต่างเฉลี่ยระหว่างแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ RANS เปรียบเทียบกับ แบบ LES

ตัวแปร	ค่าความแตกต่างเฉลี่ย
อัตราการไหล	$0.32\% \pm 0.07$
ทัวน้ำรวม	$0.46\% \pm 0.17$
แรงบิด	$1.98\% \pm 0.53$
รวมทั้งระบบ	$2.06\% \pm 0.56$

ตารางที่ 3 ค่าความแตกต่างเฉลี่ยประสิทธิภาพ และกำลังการผลิต

ตัวแปร	ค่าความแตกต่างเฉลี่ย
ประสิทธิภาพ	$2.76\% \pm 0.4$
กำลังการผลิต	$1.98\% \pm 0.53$

ตารางที่ 3 แสดงค่าความแตกต่างเฉลี่ยของประสิทธิภาพและกำลังการผลิตของกังหัน จากผลลัพธ์ ในรูปที่ 9 และ 10 โดยการเปรียบเทียบผลกันระหว่างแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ RANS และ แบบ LES ประสิทธิภาพกังหันจะให้ค่าความแตกต่างเฉลี่ย 2.76% ± 0.4 โดยอยู่ในช่วงของค่าความแตกต่าง เฉลี่ยรวมทั้งระบบในตารางที่ 2 ขณะที่กำลังการผลิตมีค่าความแตกต่างเฉลี่ยเท่ากับค่าความแตกต่างเฉลี่ย ของแรงบิด เนื่องจากความสัมพันธ์ในรูปแบบสมการที่ (15) ซึ่งตัวแปรกำลังการผลิตแปรผันตรงกับแรงบิด นอกจากนี้ใน 30 รูปแบบกลุ่มตัวอย่าง โดยการคำนวณเชิงตัวเลขของทั้ง 2 แบบจำลองของการไหลปั่นป่วน พบว่ากังหันรูปแบบที่ 5 ด้วยการปรับค่ามุมระหว่างใบไกด์เวนและใบพัด ดังแสดงในตารางที่ 1 ให้ประสิทธิภาพกังหันสูงสุดเป็น 82.59% สำหรับการคำนวณเชิงตัวเลขในแบบจำลองของการไหลปั่นป่วน แบบ RANS และ 84.99% สำหรับการคำนวณเชิงตัวเลขในแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ LES ซึ่งทั้ง 2 แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนนี้ เมื่อเปรียบเทียบผลกันมีค่าความแตกต่างของประสิทธิภาพ กังหันอยู่ 2.82% ซึ่งสอดคล้องในช่วงค่าความแตกต่างเฉลี่ยของประสิทธิภาพกังหันในตารางที่ 3

สำทรับการจับภาพพฤติกรรมการไหลแสดงให้เห็นว่า แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ LES มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบ RANS ดังตัวอย่างในรูปที่ 11 (ก) และ 11 (ข) เป็นการแสดงให้เห็นถึงความดัน ผันผวนที่เกิดขึ้นบนพื้นที่หน้าตัดทางออกไกด์เวนก่อนเข้าสู่ใบพัดกังหัน โดยเปรียบเทียบกันระหว่าง 2 แบบจำลองนี้ โดยแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ LES สามารถแสดงภาพพฤติกรรมความดัน ผันผวนที่มีรายละเอียดชัดเจนมากกว่า แบบ RANS ซึ่งผลการศึกษาครั้งนี้มีความสอดคล้องกับหลาย ๆ งานวิจัย เช่นงานของ Su, W.-T. et al. [7] และ Liu, C. et al. [8]



(ข) ความดันผันผวนจากแบบจำลอง

ของการไหลปั่นป่วนแบบ LES



บทสรุป

การเปรียบเทียบผลการคำนวณเชิงตัวเลขสำหรับการไหลภายในกังหันหัวน้ำต่ำมาก โดยใช้แบบจำลองของ การไหลปั่นป่วนแบบ RANS ในรูปแบบ realizable k- ε กับ Enhanced Near-Wall Treatment และ แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ LES ในรูปแบบ Smagorinsky-Lilly กับ 30 รูปแบบกลุ่มตัวอย่าง ด้วยการปรับค่ามุมของใบไกด์เวนและใบพัด โดยใช้เทคนิค LHS ออกแบบการทดลอง เป็นการประเมิน ค่าความแตกต่างเฉลี่ยระหว่าง 2 แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนในการคำนวณทาง CFD ที่ประกอบไปด้วย อัตราการไหล หัวน้ำรวม และแรงบิด โดยผลการศึกษาพบว่าความแตกต่างเฉลี่ยของอัตราการไหลและ หัวน้ำรวมมีค่าต่ำกว่า 1% ขณะที่แรงบิดมีค่าความแตกต่างเฉลี่ยไม่เกิน 2% ซึ่งส่งผลต่อค่าความแตกต่าง เฉลี่ยของประสิทธิภาพและกำลังการผลิตของกังหันประมาณ 3% นอกจากนี้ ใน 30 รูปแบบกลุ่มตัวอย่าง โดยการคำนวณเชิงตัวเลขของทั้ง 2 แบบจำลองของการไหลปั่นป่วน ด้วยการปรับค่ามุมระหว่างใบไกด์เวน และใบพัด ตั้งแต่มุม θ_1 ถึง θ_8 ในกังหันรูปแบบที่ 5 ดังแสดงในตารางที่ 1 ให้ประสิทธิภาพกังหันสูงสุด เหมือนกันทั้ง 2 แบบจำลอง โดยประสิทธิภาพกังหันที่ได้สูงสุดเป็น 82.59% สำหรับการคำนวณเชิงตัวเลข ในแบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ RANS และ 84.99% สำหรับการคำนวณเชิงตัวเลขในแบบจำลอง ของการไหลปั่นป่วนแบบ LES

ดังนั้นจากผลต่างเชิงตัวเลขที่พบอาจสรุปได้ว่า ผลการใช้แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ RANS (realizable k-ɛ) และแบบ LES (Smagorinsky-Lilly) ให้ค่าแตกต่างอย่างไม่มีนัยสำคัญ มากนัก แบบจำลองของการไหลปั่นป่วนแบบ RANS (realizable k-ɛ) จึงเป็นอีกทางเลือกที่เหมาะสม สำหรับกังหันหัวน้ำต่ำมาก เมื่อเทียบกับการใช้ทรัพยากรคอมพิวเตอร์และเวลาประมวลผลที่น้อยกว่า

References

- Choi, H.-J., Zullah, M. A., Roh, H.-W., Ha, P.-S., Oh, S.-Y. and Lee, Y.-H. (2013). CFD Validation of Performance Improvement of a 500 kW Francis Turbine. Renewable Energy. Vol. 54. pp. 111-123
- [2] Kaniecki, M., Krzemianowski, Z. and Banaszek, M. (2011). Computational Fluid Dynamics Simulations of Small Capacity Kaplan Turbines. Transactions of the Institute of Fluid-Flow Machinery. No. 123. pp. 71-84
- [3] Yang, W., Wu, Y. and Liu, S. (2011). An Optimization Method on Runner Blades in Bulb Turbine Based on CFD Analysis. Science China Technological Sciences. Vol. 54. No. 2. pp. 338-344
- [4] Ge, X., Feng, Y., Zhou, Y., Zheng, Y. and Yang, C. (2013). Optimization Study of Shaft Tubular Turbine in a Bidirectional Tidal Power Station. Advances in Mechanical Engineering. Vol. 2013. pp. 1-9
- [5] Yang, C., Zheng, Y., Zhou, D., Ge, X. and Li, L. (2013). Bidirectional Power Performance of a Tidal Unit with Unilateral and Double Guide Vanes. Advances in Mechanical Engineering. Vol. 2013. pp. 1-11
- [6] Sutikno, P. and Adam, I. K. (2011). Design, Simulation and Experimental of the Very Low Head Turbine with Minimum Pressure and Free Vortex Criterions. International Journal of Mechanical and Mechanics Engineering. Vol.11. No. 1. pp. 9-16
- [7] Su, W.-T., Li, F.-C., Li, X.-B., Wei, X.-Z. and Zhao, Y. (2012). Assessment of Les Performance in Simulating Complex 3D Flows in Turbo-Machines. Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics. Vol. 6. No. 3. pp. 356–365
- [8] Liu, C., Liu, C. and Ma, W. (2015). Rans, Detached Eddy Simulation and Large Eddy Simulation of Internal Torque Converters Flows: A Comparative Study. Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics. Vol. 9. No. 1. pp. 114-125

- [9] Pholdee, N. (2013). Performance Enhancement of Evolutionary Optimisation Using Hybridsation Concepts. Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Khon Kaen University
- [10] Bureerat, S. (2013). Optimization of Mechanical Engineering System. Vol. 1. Khon Kaen: Khon Kaen University
- [11] Cable, M. (2009). An Evaluation of Turbulence Models for the Numerical Study of Forced and Natural Convective Flow in Atria. Master Thesis, Department of Mechanical and Materials Engineering, Queen's University
- [12] Reza, Z. (2010). Dissipation and Eddy Mixing Associated with Flow Past an UnderWater Turbine. Master Thesis, Faculty of the College of Engineering and Computer Science, Florida Atlantic University
- [13] M. Ramos, H., Simã o, M. and Borga, A. (2013). Experiments and CFD Analyses for a New Reaction Microhydro Propeller with Five Blades. Journal of Energy Engineering. Vol. 139. pp. 109-117