ปัญหาและวิธีการแก้ปัญหา การหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม

Problem and Methodology to Solve Lot Sizing Problems

ระพีพันธ์ ปิตาคะโส

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี อ.วารินชำราบ จ.อุบลราชธานี 34190

Rapeepan Pitakaso

Faculty of Engineering, Ubon Ratchathani University, Warinchamrap, Ubonratchathani 34190

Tel : 0-4535-3334 E-mail: enrapepi@ubu.ac.th

บทคัดย่อ

บทความเรื่องนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม โดยมุ่งเน้นอธิบายถึงลักษณะของปัญหาแบบต่างๆ และ วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่ใช้หาขนาดการผลิตที่เหมาะสม จากการทบทวนวรรณกรรมพบว่า ปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมมีสามแบบหลัก ได้แก่การหาขนาดการผลิตของสินค้าชนิดเดียว สินค้าหลายชนิด และสินค้าหลายชนิดแบบมีหลายระดับชั้นโดยปัญหาทั้งสามประเภทมีทั้งการพิจารณาและไม่พิจารณาข้อจำกัดด้านทรัพยากร จึงทำให้ปัญหาหลักสามปัญหาของการหาขนาดการผลิตกลายเป็นหกปัญหาย่อยส่วนวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม พบว่ามีทั้งแบบที่เป็นการแก้ด้วยวิธีที่ได้คำตอบที่ดีที่สุด และวิธีการประมาณค่า แบบ ฮิวริสติก และ เมตาฮิวริสติก โดยมีธีหาคำตอบที่ดีที่สุดใช้มากในการแก้ปัญหาที่มีขนาดเล็กส่วนวิธี เมตาฮิวริสติกและฮิวริสติก ใช้สำหรับปัญหาที่มีขนาดใหญ่ และแนวโน้มของการแก้ปัญหาผู้วิจัยส่วนใหญ่จะมุ่งเน้นพัฒนาวิธีการแบบเมตาฮิวริสติกเนื่องจาก ใช้หลักการที่ง่าย และใช้เวลาในการคำนวณสั้น รวมถึงมีคุณภาพของคำตอบที่ดี

คำหลัก การหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าที่มีหลายระดับชั้น การหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าที่มีระดับชั้นเดียว วิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุด วิธีการเมตาฮิวริสติก วิธีการฮิวริสติก

Abstract

This article aims to explore articles related to lot sizing problems by focusing to explain different types of problems and methodology to solve them. Lot sizing problems can be distinguished into three main types which are single item, multiple items and multi levels lot sizing problems. These three main types can have both capacitated and uncapacitated resources constraints which make three main types become 6 types of lot sizing problems. Exact methods, Heuristics and Meta heuristic have been used to solve lot sizing problems. An Exact method is mostly used to solve a small size of lot sizing problems whereas Heuristics and Meta-heuristics are used to solve a larger size of problems. Recently, Meta-heuristics are widely used in many articles when compared to other methods because Meta-heuristics are easy to implement and obtain good solution quality in shorter time.

Keywords: Multi level lot sizing problem, single level lot sizing problem, exact method, meta-heuristics, heuristics

1. บทนำ

ปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมเป็นเครื่องมือหนึ่งที่ช่วยในการลดต้นทุนในโรงงานอุตสาหกรรมทั้งโรงงานอุตสาหกรรมที่มีการผลิตแบบสั่งทำและผลิตจำนวนมาก เมื่อทราบความต้องการในเดือนต่างๆ เป็นระยะเวลาหนึ่งปีของสินค้าชนิดหนึ่ง หากเริ่มทำการผลิตในเดือนหนึ่งๆ จะต้องเสียค่าใช้จ่ายที่

เรียกว่าค่าใช้จ่ายในการเริ่มต้นการผลิต หรือค่าใช้จ่ายในการสั่งผลิต (set up cost) ซึ่งเป็นค่าใช้จ่ายที่ไม่ขึ้นอยู่กับจำนวนที่สั่งผลิตหรือสั่งซื้อ แต่คิดตามจำนวนครั้งในการสั่งผลิตหรือสั่งซื้อ เมื่อยิ่งสั่งบ่อย ค่าใช้จ่ายในการสั่งผลิตก็ยิ่งสูงขึ้น ฉะนั้น ขนาดการผลิตควรจะมีขนาดใหญ่ๆ เพื่อให้เสียค่าใช้จ่ายในการสั่งผลิตน้อยที่สุด แต่หากเมื่อสั่งขนาดผลิตที่ใหญ่เกินไป จะต้องเสียค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บเพิ่มขึ้นโดยค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บนี้จะขึ้นอยู่กับจำนวนที่จัดเก็บ และจำนวนคาบเวลาที่ทำการจัดเก็บ เมื่อสั่งผลิตจำนวนมากในคาบเวลาหนึ่งๆ แล้วใช้ไม่หมด (ผลิตมากกว่าจำนวนความต้องการ) จะเหลือเก็บเป็นสินค้าคงคลังและจะต้องเสียค่าใช้จ่ายในการเก็บข้ามเดือนหรือคาบเวลา (inventory holding cost) ซึ่งค่าใช้จ่ายประเภทนี้จะเพิ่มขึ้นตามจำนวนสินค้าที่จัดเก็บและระยะเวลาที่ใช้ในการจัดเก็บ หากขนาดการผลิตมีขนาดเล็กจะประหยัดค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บและจะสิ้นเปลืองค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือผลิต หากขนาดการผลิตมีขนาดใหญ่จะประหยัดค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือผลิตแต่จะสิ้นเปลืองค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บ ดังนั้นปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมจึงเป็นการหาจุดสมดุลระหว่างค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บและค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือผลิต

บทความนี้ได้ทำการรวมสรุป วิเคราะห์ สังเคราะห์ประเด็นในแง่มุมต่างๆ ของงานวิจัยด้านการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม เพื่อให้เป็นประโยชน์สำหรับผู้ที่จะทำการวิจัยด้านนี้ต่อไป โดยผู้อ่านสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ดังนี้

1) ผู้เขียนได้รวบรวมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมจากงานวิจัยต่างๆ และได้ทำการปรับปรุงรูปแบบแบบจำลองในงานวิจัยเหล่านั้นให้มีความสอดคล้องกับการแบ่งประเภทของปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมในบทความวิชาการฉบับนี้
2) ในบทความฉบับนี้ได้นำเสนอวิธีการประยุกต์ใช้รูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบใดแบบหนึ่งเพื่อทดแทนซึ่งกันและกันพร้อมทั้งได้นำเสนอจุดอ่อนจุดแข็ง ของแบบจำลองแต่ละแบบหากนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาที่ไม่ใช่รูปแบบดั้งเดิมของปัญหานั้นๆ เพื่อให้เกิดการเข้าใจอย่างถ่องแท้สำหรับแบบจำลองในแต่ละแบบนั้น
3) มีการรวบรวมและวิเคราะห์จุดเด่นจุดด้อยของวิธีการในการแก้ปัญหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมแต่ละวิธีในงานวิจัยในแต่ละยุกต์ รวมถึงได้วิเคราะห์ถึงแนวโน้มของพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาด้านการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมและได้นำเสนอแนวทางในการพัฒนาวิธีการในการแก้ปัญหาซึ่งน่าจะได้ผลลัพธ์ที่ดีจากแนวโน้มงานวิจัยเพื่อให้ผู้ที่จะนำไปใช้ได้นำไปพัฒนาให้เป็นรูปธรรมต่อไป

เนื้อหาของบทความในลำดับถัดไปนี้มีการจัดรูปแบบการนำเสนอดังนี้ ในหัวข้อ 2 มีการนำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมแบบต่างๆ ตามการแยกประเภทในบทความวิจัยฉบับนี้ และมีการวิเคราะห์จุดเด่น จุดด้อยของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์หากนำไปใช้ไม่ตรงกับประเภทของปัญหา ส่วนในหัวข้อที่ 3 มีการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม แบบต่างๆ แยกตามประเภทของวิธี และมีการวิเคราะห์ข้อเด่นข้อด้อยของแต่ละวิธี ส่วนสุดท้ายในข้อที่ 4 เป็นการนำเสนอบทสรุปและแนวทางการพัฒนางานวิจัยจากทัศนคติของผู้เขียนโดยอ้างอิงจากงานวิจัยทั้งหมดในส่วนที่ 3

2. ประเภทของปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม

จากวรรณกรรม สามารถที่จะจำแนกประเภทของปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมได้ดังนี้

1) ปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้า ชนิดเดียวแบบไม่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากร (uncapacitated single item lot sizing problems : USLS)
2) ปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้า ชนิดเดียวแบบมีข้อจำกัดด้านทรัพยากร (capacitated single item lot sizing problems : CSLS)
3) ปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้า หลายชนิดแบบไม่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากร (uncapacitated multi items lot sizing problem: UMLS)
4) ปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้า

หลายชนิดแบบมีข้อจำกัดด้านทรัพยากร (capacitated multi items lot sizing problem: CMLS)

5) ปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าหลายชนิดแบบมีหลายระดับชั้น แบบไม่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากร (uncapacitated multi level lot sizing problems :UMLLS)

6) ปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าหลายชนิดแบบมีหลายระดับชั้น แบบมีข้อจำกัดด้านทรัพยากร (capacitated multi level lot sizing problems:CMLLS) .

2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่จะได้อธิบายไว้ในหัวข้อนี้ มีสมมุติฐานดังต่อไปนี้

1) ทราบค่าคาบเวลาในการผลิตที่แต่นอน โดยจะทำการวางแผน T คาบเวลา
2) ทราบค่าความต้องการสินค้าในแต่ละคาบเวลาตลอดระยะเวลา T คาบเวลาและค่าความต้องการต้องได้รับการตอบสนองในตอนต้นของคาบเวลา
3) ในการผลิตสินค้าแต่ละชิ้นต้องเป็นอิสระต่อกัน
4) เวลานำในการผลิต (lead time) มีค่าเป็นศูนย์
5) ค่าใช้จ่ายในการสั่งผลิตหรือสั่งซื้อมีค่าคงที่ตลอดระยะเวลาการวางแผน
6) ค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บเป็นแบบเส้นตรงและคิดค่าใช้จ่ายตอนท้ายของคาบเวลาที่มีสินค้าคงคลัง
7) สินค้าคงคลังตอนเริ่มต้นการวางแผนและตอนสุดท้ายต้องมีค่าเป็นศูนย์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์แยกตามประเภทของปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมได้ดังนี้

2.1.1 ปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าชนิดเดียวแบบไม่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากร (uncapacitated single item lot sizing problems : USLS)

ปัญหานี้มีจุดประสงค์เพื่อให้ผลรวมของค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ/ผลิต กับค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บต่ำที่สุด โดยสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

สมการเป้าหมาย

$$Min\sum_{t=1}^{T}(SY_t + hI_t) \qquad (1)$$

สมการข้อจำกัด

$$I_t = I_{t-1} + X_t - d_t \qquad \forall t \qquad (2)$$

$$X_t - GY_t \le 0 \qquad \forall t \qquad (3)$$

$$I_t \ge 0 \qquad \forall t \qquad (4)$$

$$X_t \ge 0 \qquad \forall t \qquad (5)$$

$$Y_t \in \{0,1\} \qquad \forall t \qquad (6)$$

เมื่อ *T* คือจำนวนคาบเวลาที่ต้องการวางแผนการผลิต, *t* คือ คาบเวลาที่ *t* ของการวางแผนการผลิต , *S* คือ ค่าใช้จ่ายในการเริ่มการผลิตต่อครั้ง, *h* แทนค่าค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บต่อชิ้นต่อสัปดาห์, *G* คือจำนวนจริงที่มีมูลค่ามาก ๆ, d_t คือค่าความต้องการสินค้าในคาบเวลา *t* โดยมีค่าตัวแปลที่ไม่ทราบค่า ดังนี้

X_t แทนค่าขนาดการผลิตของสินค้าที่คาบเวลา *t*

I_t แทนค่าระดับสินค้าคงคลังที่คาบเวลา t

Y_t มีค่าเท่ากับศูนย์เมื่อไม่มีการผลิตสินค้าในคาบเวลา t และ มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อมีการผลิตสินค้าที่คาบเวลา t

สมการที่ (1) สมการเป้าหมายที่ต้องการคำตอบที่มีค่าผลรวมค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือผลิตกับค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บต่ำที่สุด สมการที่ (2) สมการสมดุลระดับสินค้าคงคลัง โดยที่สินค้าคงคลังในคาบเวลาปัจจุบันมีค่าเท่ากับสินค้าคงในสัปดาห์ที่แล้วบวกด้วยจำนวนสินค้าที่ผลิตในคาบเวลาปัจจุบันลบด้วยปริมาณความต้องการ สมการที่ (3) บังคับให้มีการขนาดการผลิตมีค่ามากกว่าศูนย์ก็ต่อเมื่อค่า Y_t มีค่าเป็น *1* สมการที่ (4) และ (5) เป็นสมการที่มีเพื่อให้จำนวนขนาดการผลิตและระดับสินค้าคงคลังมีค่ามากกว่าศูนย์และสมการที่(6)แสดงการมีคุณสมบัติเป็นตัวแปลไบนารี่ของตัวแปรในการตัดสินใจ Y_t

2.1.2 ปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าชนิดเดียวแบบมีข้อจำกัดด้านทรัพยากร(capacitated single item lot sizing problems : CSLS)

ปัญหานี้มีจุดประสงค์เพื่อให้ผลรวมของค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ/ผลิต กับค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บต่ำที่สุดโดย

คำนึงถึงข้อจำกัดด้านทรัพยากรโดยสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

สมการเป้าหมาย

$$Min\sum_{t=1}^{T}(SY_t + hI_t) \qquad (7)$$

สมการข้อจำกัด

$$I_t = I_{t-1} + X_t - d_t \qquad \forall t \qquad (8)$$

$$aX_t \le C_t Y_t \qquad \forall t \qquad (9)$$

$$I_t \ge 0 \qquad \forall t \qquad (10)$$

$$X_t \ge 0 \qquad \forall t \qquad (11)$$

$$Y_t \in \{0,1\} \qquad \forall t \qquad (12)$$

ความแตกต่างระหว่างสมการในหัวข้อ *2.1.1* และ *2.1.2* มีเพียงสมการที่ (9) เท่านั้น ในปัญหา *CSLS* นี้มีค่าคงที่เพิ่มเข้ามาสองตัว ตัวที่หนึ่งได้แก่ *a* ซึ่งใช้แทนค่าจำนวนทรัพยากรที่ใช้ในการผลิตสินค้าจำนวนหนึ่งหน่วย และตัวที่สองคือ C_t หมายถึงปริมาณทรัพยากรที่มีในหนึ่งคาบเวลา *t* สมการที่ (9) หมายถึงจำนวนทรัพยากรที่ใช้ไปในคาบเวลาใด ๆ ต้องไม่เกินจำนวนทรัพยากรที่มีในคาบเวลานั้นโดยที่สมการอื่นๆยังมีความหมายเช่นเดียวกับ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ *USLS*

2.1.3 ปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าชนิดหลายชนิดแบบไม่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากร (uncapacitated multi items lot sizing problem: UMLS)

ปัญหานี้มีจุดประสงค์เพื่อให้ผลรวมของค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ/ผลิต กับค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บต่ำที่สุด โดยคำนึงไม่คำนึงถึงข้อจำกัดด้านทรัพยากรโดยมีสินค้ามีมากกว่าหนึ่งชนิดซึ่งเป็นข้อแตกต่างที่สำคัญระหว่าง UMLS และ USLS และสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

สมการเป้าหมาย

$$Min\sum_{t=1}^{T}(SY_{it} + hI_{it}) \qquad (13)$$

สมการข้อจำกัด

$$I_{it} = I_{it-1} + X_{it} - d_{it} \qquad \forall i, t \qquad (14)$$

$$X_{it} - GY_{it} \le 0 \qquad \forall i,t \qquad (15)$$

$$I_{it} \ge 0 \qquad \forall i, t \qquad (16)$$

$$X_{it} \ge 0 \qquad \forall i.t \qquad (17)$$

$$Y_{it} \in \{0,1\} \qquad \forall i,t \qquad (18)$$

ความแตกต่างของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ระหว่าง UMLS กับ USLS อยู่ที่ มีดัชนีเพิ่มขึ้นมาหนึ่งตัวนอกจาก *t* แล้วยังมี *i* ซึ่งบ่งบอกถึงประเภทของสินค้าที่ต้องการผลิต เช่น X_{it} หมายถึงจำนวนสินค้าชนิด i ที่ผลิตในคาบเวลา *t* เช่นเกียวกันกับ Y_{it} ซึ่งหมายถึงการผลิตหรือไม่ผลิตสินค้าชนิด *i* ในคาบเวลา *t* และ d_{it} แทนค่าปริมาณความต้องการของสินค้าชนิด *i* ในคาบเวลา *t*

ความหมาย ของสมการ แต่ละสมการมี ความหมายเหมือนกับ USLS ต่างกันเพียงแค่มีดัชนี i เพิ่มเข้ามาในแบบจำลองเท่านั้น

2.1.4 ปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าชนิดหลายชนิดแบบมีข้อจำกัดด้านทรัพยากร (capacitated multi items lot sizing problem: CMLS)

ปัญหานี้มีจุดประสงค์เหมือนกับ UMLS แต่คำนึงถึงข้อจำกัดด้านจำนวนทรัพยากร ซึ่งสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

สมการเป้าหมาย

$$Min\sum_{t=1}^{T}(SY_{it} + hI_{it}) \qquad (19)$$

สมการข้อจำกัด

$$I_{it} = I_{it-1} + X_{it} - d_{it} \qquad \forall i,t \qquad (20)$$

$$\sum_{t=1}^{I} a_t X_{it} \le c_t \qquad \forall t \qquad (21)$$

$$I_{it} \ge 0 \qquad \forall i,t \qquad (22)$$

$$X_{it} \ge 0 \qquad \forall i,t \qquad (23)$$

$$Y_{it} \in \{0,1\} \qquad \forall i,t \qquad (24)$$

$$X_{it} \le GY_{it} \qquad \forall I\, t \qquad (25)$$

โดยที่ *i* แทนจำนวนสินค้าที่มีทั้งหมด a_i หมายถึงจำนวนทรัพยากรที่สินค้าชนิด i ใช้ในการผลิตสินค้าชนิด *i* หนึ่งหน่วย ส่วนสมการที่ (21) บังคับให้ปริมาณทรัพยากรที่ใช้ไปทั้งหมดกับสินค้าทุกชนิดต้องน้อยกว่าจำนวนทรัพยากรที่มี ในขณะที่สมการอื่นๆ มีความหมายเช่นเดียวกับ UMLS ยกเว้นในสมการที่ (25) มีการเพิ่มสมการที่บังคับให้ค่า X_{it} จะมีค่ามากกว่าศูนย์ได้ก็ต่อเมื่อ Y_{it} มีค่าเป็น หนึ่งเท่านั้น

2.1.5 ปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าหลายชนิดแบบมีหลายระดับชั้น แบบไม่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากร (uncapacitated multi level lot sizing problems :UMLLS)

นอกจากปริมาณสินค้าที่มีอยู่หลายชนิดในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ 2.1.4 แล้ว สินค้าแต่ละชนิดยังมีความสัมพันธ์ในการผลิตเช่นวางแผนการผลิตรถยนต์จำเป็นต้องมีการวางแผนการสั่งซื้อหรือสั่งผลิตล้อ ตัวถังรถยนต์หรือ เครื่องยนต์ ซึ่งขนาดการผลิตของรถยนต์จะส่งผลต่อปริมาณความต้องการของล้อ หรือเครื่องยนต์หรือชิ้นส่วนอื่นๆ ซึ่งจะส่งผลต่อการวางแผนการผลิตหรือสั่งซื้อชิ้นส่วนทุกชิ้น แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้จึงมีความซับซ้อนกว่า สี่แบบที่ผ่านมา

สมการเป้าหมาย

$$Min\sum_{t=1}^{T}(SY_{it}+hI_{it}) \qquad (26)$$

สมการข้อจำกัด

$$I_{it}=I_{it-1}+X_{it}-\sum j\in\tau_i b_{ji}X_{ji} \quad -\forall i,t \qquad (27)$$

$$X_{it-}GY_{it}\le 0 \qquad \forall i,t \qquad (28)$$

$$I_{it}\ge 0 \qquad \forall i,t \qquad (29)$$

$$X_{it}\ge 0 \qquad \forall i,t \qquad (30)$$

$$Y_{it}\in\{0,1\} \qquad \forall i,t \qquad (31)$$

ตัวแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับปัญหา UMLLS มีส่วนที่เพิ่มเติมเข้ามาจากแบบอื่นๆ ดังนี้ มีค่าคงที่เพิ่มขึ้น เช่น τ_i แทนเซตของสินค้าที่ต้องผลิตก่อนหน้าสินค้าชนิด i และ b_{ji} แทนค่าจำนวนสินค้าชนิด j ที่ต้องการในการผลิตสินค้าชนิด i ส่วน E_{it} คือปริมาณความต้องการจากภายนอกของสินค้าชนิด i ในคาบเวลา t โดย E_{it} ทำหน้าที่คล้ายกับ d_{it} ในปัญหาแบบอื่นๆ ที่ผ่านมาแต่เนื่องจากสินค้าใน UMLL อาจมีความต้องการทั้งจากภายนอก(ความต้องการสินค้าหรือชิ้นส่วนจากการสั่งซื้อโดยตรงจากลูกค้า) และภายใน (ความต้องการชิ้นส่วนชนิด $_j$ ซึ่งได้มากจากความต้องการในการผลิตสินค้าชนิด $_i$) และพจน์ $\sum j\in\tau_i b_{ji}X_{ji}-E_{it}$ ทำหน้าที่คล้ายกับ d_{it} ในปัญหาแบบอื่นๆ ที่ผ่านมา และสมการอื่นๆ ใน UMLLS ยังทำหน้าที่เหมือนกับปัญหาแบบอื่นๆ เช่นเดียวกัน

2.1.6 ปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าหลายชนิดแบบมีหลายระดับชั้น แบบมีข้อจำกัดด้านทรัพยากร(capacitated multi level lot sizing problems :CMLLS)

ในปัญหานี้นอกจากจะคำนึงถึงความสัมพันธ์ของสินค้าแต่ละชนิดดังเช่นในหัวข้อ 1.1.5 แล้วยังต้องการคำนึงถึงข้อจำกัดด้านทรัพยากร โดยสามารถแสดงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

สมการเป้าหมาย

$$Min\sum_{t=1}^{T}(SY_{it}+hI_{it}) \qquad (32)$$

สมการข้อจำกัด

$$I_{it}=I_{it-1}+X_{it}-\sum j\in T_i b_{ji}X_{ji}-E_{it} \qquad \forall i,t \qquad (33)$$

$$\sum_{t=1}^{I}a_t X_{it}\le C_t \qquad \forall t \qquad (34)$$

$$I_{it}\ge 0 \qquad \forall i,t \qquad (35)$$

$$X_{it}\ge 0 \qquad \forall i,t \qquad (36)$$

$$X_{it-}GY_{it} \qquad \forall I\ t \qquad (37)$$

$$Y_{it}\in\{0,1\} \qquad \forall i,t \qquad (38)$$

นอกจาก CMLLS มีค่าคงที่เพิ่มขึ้นเหมือนกับ UMLLS เช่น τ_i ,b_{ji} และ E_{it} แล้ว ยังต้องมีสมการที่ระบุถึงข้อจำกัดด้านทรัพยากร ได้แก่สมการ (34) ซึ่งทำหน้าที่และมีที่มาเหมือนกับสมการที่ (21) ในหัวข้อ 2.1.4

2.2 การวิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

รูปแบบของปัญหาทั้งหมดจะใช้แก้ปัญหาที่มีลักษณะไม่เหมือนกัน ตามประเภทของปัญหา เช่น การแก้ปัญหากรณีที่มีสินค้าชนิดเดียว สินค้าหลายชนิด หรือสินค้าหลายชนิดโดยที่สินค้าแต่ละชนิดมีความสัมพันธ์กันในเชิงการผลิต กรณีสินค้าชนิดเดียวจะใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อที่ 2.1.1 และ 2.1.2 สำหรับกรณีที่มีและไม่มีข้อจำกัดทางทรัพยากร ตามลำดับ ถ้ามีสินค้าหลายชนิดแต่สินค้าแต่ละชนิดไม่มีความสัมพันธ์กันในการผลิต จะใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ2.1.3

และ 2.1.4 กรณีที่สินค้าแต่ละชนิดมีความสัมพันธ์กันทางการผลิตจะใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ 2.1.5 และ 2.1.6

แต่อย่างไรก็ตามหากต้องการใช้เพียงสมการเดียวแต่สามารถนำไปแก้ปัญหากับปัญหาทั้งหกแบบได้จะสามารถประยุกต์ใช้สมการในหัวข้อ 2.1.6 ได้โดยอธิบายได้เป็น 5 ข้อ ดังนี้

2.2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ 2.1.6 หากในสมการที่ (34) มีการกำหนดค่า C_t ที่มากเพียงพอจะมีผลทำให้เหมือนไม่มีข้อจำกัดทางด้านทรัพยากร ซึ่งจะสามารถใช้แทนสมการเพื่อแก้ปัญหาในหัวข้อ 2.1.5 ได้ แต่จำนวนค่าตัวแปรจะไม่ลดจำนวนลงไปด้วย โดยที่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ 2.1.6 นั้น เฉพาะสมการที่ (34) จะมีทั้งหมด t สมการเพื่อ t คือจำนวนช่วงเวลาที่ต้องการวางแผนการผลิต และค่าตัวแปรที่แฝงอยู่ในสมการ t สมการนี้มีจำนวน i ตัวแปรหรือคิดเป็นจำนวนตัวแปรทั้งหมด i×t ตัวแปร ทั้งนี้เมื่อจำนวนตัวแปรเพิ่มมากขึ้นวิธีการแก้ปัญหาก็ต้องใช้เวลาที่นานขึ้นซึ่งจะส่งผลกับประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ 2.1.6 สามารถใช้แทนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในข้อ 2.1.5 ได้แต่จะใช้เวลานานกว่าในการแก้ปัญหาเดียวกันเนื่องจากมีจำนวนสมการที่ต้องแก้ไขมากกว่า

2.2.2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ 2.1.6 หากในสมการที่ (33) มีการกำหนดค่า b_{ji} โดยไม่ใช้สินค้าแต่ละชนิดมีความสัมพันธ์กันทางการผลิต (ไม่ขึ้นต่อกัน) โดยกำหนดให้ค่า b_{ji} ทั้งหมดเป็นศูนย์จะทำให้รูปสมการ $\sum j \in \tau_i b_{ji} X_{ji}$ มีค่าเป็นศูนย์ และในสมการที่ (33) จะเหลือเพียงค่า E_{it} เพียงอย่างเดียวที่เป็นปริมาณความต้องการจากภายนอกซึ่งเปรียบเสมือนค่า d_{it} ในสมการที่ (20) ของแบบจำลองทางคณิศาสตร์ในหัวข้อ 2.1.4 นั่นเอง แต่สมการที่ (33) ยังคงมีจำนวนตัวแปรเท่าเดิมซึ่งมากกว่า สมการที่ (20) อยู่ (j×i) + (j×t) ตัวแปรซึ่งทำให้การลดใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในข้อ 2.1.6 เพื่อแก้ปัญหาในข้อ 2.1.4 นั้นทำได้แต่จะใช้เวลานานกว่า ในการแก้ปัญหาเดียวกันเนื่องจากมีจำนวนตัวแปรมากกว่า

2.2.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ 2.1.6 สามารถใช้แทนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในข้อ 2.1.3 ได้ นอกเหนือจากการลดรูปให้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามที่ได้อธิบายไว้ในข้อ 2.2.2 แล้ว หากในสมการที่ (34) มีการกำหนดค่า C_t ที่มากเพียงพอจะมีผลทำให้เหมือนไม่มีข้อจำกัดทางด้านทรัพยากร ซึ่งจะสามารถใช้แทนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในหัวข้อ 2.1.3 ได้ โดยที่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ 2.1.6 นั้น จะมีตัวแปรที่มากกว่าในแบบจำลองในข้อ 2.1.3 อยู่ i×t ตัวแปร สำหรับกรณีเพิ่มพารามิเตอร์ข้อจำกัดด้านทรัพยากร และ (j×i) + (j×t) ในกรณีเดียวกับข้อ 2 ทั้งนี้เมื่อจำนวนตัวแปรเพิ่มมากขึ้น วิธีการแก้ปัญหา ก็ต้องใช้เวลาที่นานขึ้นซึ่งจะส่งผลกับประสิทธิภาพ ในการแก้ปัญหา ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ 2.1.6 สามารถใช้แทนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในข้อ 2.1.3 ได้แต่จะใช้เวลานานกว่าในการแก้ปัญหาเดียวกันเนื่องจากมีจำนวนสมการที่ต้องแก้ไขมากกว่า

2.2.4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ 2.1.6 สามารถใช้แทนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในข้อ 2.1.2 ได้ โดยการใช้วิธีเดียวกับข้อ 2.2.2 เพื่อกำจัดการมีความสัมพันธ์ของสินค้าแต่ละชนิด และต้องมีการตั้งค่า i ให้มีค่าเป็น 1 เนื่องจากมีสินค้าเพียงชนิดเดียวที่ต้องวางแผนการผลิต แต่จำนวนตัวแปรที่เกี่ยวเนื่องกับ i ยังคงมีค่าเท่าเดิม แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในข้อ 2.1.2 เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มี ตัวแปรการตัดสินใจแนวเดียวคือ t แต่ในข้อ 2.1.6 มีสองแนวคือแนว t และแนว i ดังนั้นในการแก้ปัญหาตัวแปรแบบจำลองทางคณิศาสตร์แบบสองแนวจะมีวิธีการที่ยุ่งยากมากกว่าการแก้ปัญหาแบบมีตัวแปรในแนวเดียว ซึ่งจะทำให้ใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าทั้งนี้ยังไม่คิดถึงจำนวนตัวแปรที่มากกว่าตามวิธีดำเนินการในข้อ 2.2.2 ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ 2.1.6 สามารถใช้แทนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในข้อ 2.1.2 ได้แต่จะใช้เวลานานกว่าในการแก้ปัญหาเดียวกัน

2.2.5 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ 2.1.6 สามารถใช้แทนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในข้อ 2.1.1 ได้ โดยการใช้วิธีเดียวกับข้อ 2.2.2 เพื่อกำจัดการมีความสัมพันธ์ของสินค้าแต่ละชนิด และดำเนินการตามข้อ 2.2.4 เพื่อลดรูปสมการ ให้เหลือสินค้าเพียงชนิดเดียว นอกจากนั้นยังต้องดำเนินการตามข้อ 2.2.1 เพื่อลด

ข้อจำกัดด้านทรัพยากร นอกจากจำนวนตัวแปรตามการดำเนินการในข้อ 2.2.1 ที่เพิ่มขึ้น บวกกับจำนวนสมการตามข้อ 2.2.2 ที่เพิ่มขึ้น ทำให้การแก้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในข้อ 2.1.1 ด้วยสมการ 2.1.6 ทำได้แต่ต้องใช้เวลานานกว่าในการแก้ปัญหาเดียวกัน

การแก้ปัญหาของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้ง 6 สมการนั้นสามารถดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบที่ดีที่สุดได้หลายหลายวิธีเช่นวิธี branch and bound วิธี simplex หรือการใช้ software เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาเช่น LINGO , CPLEX และ GNU แต่สมการทั้งหกหากเป็นปัญหาที่มีขนาดใหญ่จะไม่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีที่ได้คำตอบที่ดีที่สุดได้โดยอาจจะมีการประยุต์ใช้วิธี heuristic หรือ meta-heuristic เพื่อลดเวลาในการคำนวณแต่จะให้ค่าคำตอบที่อาจจะดีหรือไม่ดีที่สุด

ตารางที่ 1 เป็นตารางที่สรุปผลงานวิจัยที่พัฒนาวิธีการแก้ปัญหาสำหรับปัญหาหกแบบที่ได้กล่าวไปแล้ว โดยผู้เขียนจะจำแนกว่าผลงานวิจัยใดแก้ปัญหาใดเพื่อให้ผู้อ่านได้ทราบถึงจำนวนของงานวิจัยที่ดำเนินการแก้ไขปัญหาแต่ละประเภท จากผลสรุปในตารางที่ 1 พิจารณาจากปริมาณงานวิจัยที่ดำเนินการแก้ปัญหานั้นปัญหา CSLS เป็นปัญหาที่นิยมนำมาพัฒนาวิธีการการแก้ปัญหารองลงไปได้แก่ปัญหา UMLLS และ CMLLS ตามลำดับ ทั้งนี้สาเหตุที่ปัญหาทั้งสามได้รับความนิยมในการนำมาพัฒนาวิธีการแก้ปัญหานั้น เนื่องจากปัญหาทั้งสามมีความท้าทายในการแก้ปัญหาเนื่องจากเป็นปัญหาที่ยากและยังไม่มีงานวิจัยใดที่สามารถพัฒนาวิธีการที่จะได้ผลของคำตอบที่ดีที่สุดทุกปัญหาย่อยที่ทำการทดสอบ ส่วนในปัญหา USLS นั้น วิธีการที่ได้พัฒนาวิธีการจนได้คำตอบที่ดีสุดทุกปัญหาย่อยแล้ว(จะได้กล่าวถึงอีกครั้งในหัวข้อที่ 3) แต่อาจจะมีการดำเนินการวิจัยต่อเนื่องบ้างเพื่อให้ได้คำตอบที่ดีที่สุดแต่ใช้เวลาในการคำนวณที่น้อยกว่าวิธีการเดิม สำหรับปัญหา UMLS และ CMLS จะได้รับความนิยมน้อยเพราะลักษณะของปัญหาจะมีความคล้ายคลึงกับปัญหา USLS และ CSLS เมื่อพัฒนาวิธีการสำหรับแก้ปัญหา USLS และ CSLS ได้ก็จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้สำหรับการแก้ปัญหา UMLS และ CMLS ได้ทันที จึงไม่เป็นโจทย์ที่ท้าทายนักวิจัยในแต่ละยุกต์ได้มากนัก แต่หากพิจารณา จากปีในการตีพิมพ์แล้ว (ดูรายละเอียดได้ในจากตารางที่ 2) ปัญหา UMLLS และปัญหา CMLLS จะเป็นปัญหาที่นิยมมาแก้ปัญหามากที่สุดในระยะเวลาทศวรรตหลังนี้ เพราะปัญหา CSLS เป็นปัญหาที่นักวิจัยได้ดำเนินการไว้ตั้งแต่ช่วงก่อนปี ค.ศ. 2000 ดังนั้นจะเรียกได้ว่าปัญหา UMLLS และ CMLLS ยังเป็นปัญหาที่มีนักวิจัยพยายามวิจัยหาวิธีการที่จะหาคำตอบที่ดีที่สุดต่อไป ในขณะที่อีก 4 ปัญหาที่เหลือไม่ได้รับความสนใจมากนักสำหรับนักวิจัยสมัยใหม่

ตารางที่ 1 งานวิจัยที่พัฒนาวิธีการแก้ปัญหาสำหรับแก้ปัญหาทั้ง 6 แบบ แยกตามประเภทของปัญหา

ปัญหา	งานวิจัย
USLS	Wagner and Whithin [8], Federgruen and Tzur [9] ,Wagelmans et al. [10] ,Aggarwal and Park [11],Silver and Meal [22]
CSLS	Florian and Klein [2], Shaw and Wagelmans [12], Lambrecht and Vander Eecken [13,14], Van Hoesel and Wagelmans [15], Lippman [16], Florian et al. [1], Bitran and Yanasse [3], Chung and Lin [17], Kirca [18], Pochet and Wolsey [19], Van Hoesel and Wagelmans [15] Cattrysse et al. [20], Van Hoesel and Kolen [21], Vanderbeck [6].
UMLS	Dogmaraci et al. [26], Dixon and Silver [23]
CMLS	Dixon and Silver [23], Trigeiro [25], Dogmaraci et al. [26], Maes and Van Wassenhove [27], Dogmaraci et al. [26], Günther [31]
UMLLS	Blackburn and Millen [39], Bookbinder and Koch [40], Tempelmeier and Helber [41], Harrison and Lewis [42], Dellaert and Jeunet [44], Pitakaso et al. [46], Bookbinder and Koch [48], Delleart and Juenet [47], Delleart and Juenet [49], Kuik and Salomon [50], Jeunet and Jonard [51], Yi Han et al. [52], Xie and Dong [53]

ปัญหา	งานวิจัย
CMLLS	Kirca and Kökten [32], Stadler [35], Hung and Hu [36], Belvaux and Wolsey [33,34] , Katok et al. [43], Pitakaso et al. [45], Berretta et al. [54] Christian [55]

3. วิธีการแก้ปัญหา (solution approach)

ปัญหาการหาขนาดการผลิตถูกพิสูจน์ว่าเป็นปัญหาที่มีความยากในระดับ NP-hard ซึ่งหมายถึงไม่มีลำดับวิธีแก้ปัญหา (algorithm) ใดสามารถแก้ภายในเวลาที่มีลักษณะโพลิโนเมียล โดยมีผู้ทำการพิสูจน์หลายท่าน เช่น Florian et al. [1,2], Bitran and Yanasse [3], Salomon et al. [4], Brüggemann and Jahnke [5], Vanderbeck [6] and Webster [7] ดังนั้นจึงพอจะสรุปได้ว่าปัญหาการหาขนาดการผลิตนี้เป็นปัญหาที่ยาก เพราะเหตุนี้จึงมีนักวิจัยเป็นจำนวนมากที่สนใจในการพัฒนาลำดับวิธีแก้ปัญหา (algorithm) ซึ่งสามารถแยกเป็นประเภทต่างได้ดังต่อไปนี้

3.1 ไดนามิกส์ โปรแกรมมิ่ง (Dynamic programming)

วิธีการ Dynamic Programming หรือ DP เป็นวิธีการที่สามารถใช้หาคำตอบที่ดีที่สุด (optimal solution) ได้ แต่เมื่อขนาดของปัญหาตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น (เมื่อกล่าวถึงขนาดของปัญหาหมายความถึง จำนวนสินค้าหรือชิ้นส่วนที่ต้องการวางแผนหรือ จำนวนคาบเวลาที่จะทำการวางแผนการผลิต) จะต้องใช้เวลาในการคำนวณมากขึ้นมาก เช่นสำหรับปัญหาที่มี จำนวนสินค้าหรือสินส่วนจำนวน 5 ชนิด และวางแผนล่วงหน้า 6 คาบเวลาอาจจะใช้เวลาไม่ถึง 1 วินาทีในการคำนวณ แต่เมื่อจำนวนสินค้าเพิ่มขึ้นเป็น 100 หรือ มากกว่านั้น หรือจำนวนคาบเวลาในการวางแผนเพิ่มเป็น 24 หรือ 12 คาบเวลาอาจจะทำให้ใช้เวลาในการคำนวณมากถึง 24 ชั่วโมงหรือมากกว่า ซึ่งทำให้วิธี DP ในการที่จะคำนวณหาค่าที่ดีที่สุด นั้นถูกใช้ในวงจำกัดสำหรับปัญหาง่าย ๆ และมีขนาดเล็กเท่านั้น

3.1.1 การใช้ DP สำหรับปัญหา USLS

วิธีการแก้ปัญหาที่นิยมมากที่สุดสำหรับการแก้ปัญหา USLS ได้แก่ วิธีการของ Wagner and Whithin [8] ซึ่งได้พัฒนามาตั้งแต่ปี คศ.1958 ซึ่งวิธีการนี้เป็นวิธีการหาค่าคำตอบที่ดีที่สุด (optimal solution) สำหรับปัญหาที่มีสินค้าชนิดเดียวและไม่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากร ซึ่งเป็นปัญหาที่ง่ายที่สุดในบรรดาปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม นอกจากนั้นวิธีการนี้ยังใช้เป็นวิธีประมาณค่าสำหรับปัญหาที่มีความยุ่งยากมากขึ้นอีกด้วย ดังจะได้กล่าวถึงในลำดับถัดไป

นอกจากวิธีการของ Wagner and Whithin แล้ว ยังมีวิธีการอื่นๆ ที่ให้ค่าคำตอบที่ดีที่สุดแต่จะมีความยากในการนำไปใช้จริงมากขึ้นจึงไม่เป็นที่นิยมเท่าที่ควร เช่น Federgruen and Tzur [9] , Wagelmans et al. [10] และ Aggarwal and Park [11] ซึ่งบทความทั้งสามฉบับนี้มีการประยุกต์ใช้ไดนามิกส์โปรแกรมมิ่งที่ยุ่งยากซับซ้อนและมีวิธีการคำนวณเฉพาะปัญหาใดปัญหาหนึ่งซึ่งส่งผลให้ไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในปัญหาทั่วไปได้ง่ายนักจึงไม่เป็นที่นิยมในการนำมาประยุกต์ใช้ในปัญหาที่ยากมากขึ้นเหมือนดังวิธีการของ Wagner and Whithin.

3.1.2 การใช้ DP สำหรับปัญหา CSLS

วิธีการนี้ยังเป็นวิธีการในการซึ่งใช้ในการหาคำตอบที่ดีที่สุดอยู่ โดยที่คำนึงถึงข้อจำกัดด้านทรัพยากรด้วย งานวิจัยเรื่องแรกที่ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของทรัพยากรคือ Florian and Klein [2] ซึ่งทำการพิจาณาข้อจำกัดด้านทรัพยากรโดยที่ทรัพยากรที่นั้นอาจจะคงที่ตลอดระยะเวลาการวางแผนหรือไม่คงที่ก็ได้แต่มีค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ/ผลิต และค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บคงที่และวิธีการนี้ได้รับการพัฒนาให้สามารถใช้ได้กับค่าใช้จ่ายในการผลิตและจัดเก็บที่ไม่คงที่ได้ โดย Shaw and Wagelmans [12] ในขณะที่ Lambrecht and Vander Eecken [13,14] ได้ขยายงานของ Florian and Klein [2] โดยทำการวิเคราะห์ในเชิงลึกของโครงสร้างค่าทรัพยากรว่าส่งผลอย่างไรกับขนาดการผลิต นอกจากวิธีการของ Florian and Klein แล้วในปี 2001 Van Hoesel and Wagelmans [15] ได้นำเสนอวิธีการทางเลือกโดยใช้หลักการเบื้องต้นของ DP สำหรับปัญหาที่มีจำนวนทรัพยากรคงที่ในแต่ละคาบเวลาแต่มีค่าใช้จ่ายในการผลิตแต่ละชิ้นไม่คงที่ แต่มีค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บต่อชิ้นคงที่

ยังมีนักวิจัยอีกจำนวนมากที่สนใจในการพัฒนาลำดับวิธีที่ใช้หลักการของ DP เช่น Lippman [16], Florian et al. [1], Bitran and Yanasse [3], Chung and Lin [17], Kirca [18], Pochet and Wolsey [19], Van Hoesel and Wagelmans [15] Cattrysse et al. [20], Van Hoesel and Kolen [21], Vanderbeck [6]. แต่เนื่อง

มากจากความยากในการนำไปประยุกต์ใช้จึงไม่เป็นที่นิยมมากนักสำหรับนักวิจัยรุ่นใหม่

3.2 วิธีการ ฮิวริสติก

ในหัวข้อ 3.1 ได้อธิบายถึงวิธีการที่หาคำตอบได้ดีที่สุด (optimal solution) ซึ่งเมื่อขนาดของปัญหาใหญ่ขึ้นอยู่ทำให้ไม่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ในระยะเวลาที่ต้องการ จึงมีงานวิจัยจำนวนมากที่ทำการพัฒนาวิธีกาที่เป็นลำดับขั้นการแก้ปัญหาของตัวเอง ซึ่งสามารถหาคำตอบที่ดี (near optimal) ภายในระยะเวลาที่ต้องการได้ งานวิจัยกลุ่มนี้ยกตัวอย่างเช่น

3.2.1 วิธีการแก้ปัญหาสำหรับปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าชนิดเดียว

วิธีการที่นิยมใช้รวมถึงนิยมนำมาเป็นพื้นฐานของฮิวริสติกแบบอื่นๆ มี สามวิธี ได้แก่วิธีการของ Silver and Meal [22] ใช้หลักการในการสมดุลย์ค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อและค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บ โดยจะทำการเพิ่มขนาดการผลิตขึ้นไปเรื่อยๆ เมื่อค่าเฉลี่ยของค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อรวมกับค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บต่อคาบเวลา มีค่าน้อยลง วิธีการนี้ส่วนใหญ่จะให้ค่าคำตอบที่ดีกว่าการผลิตเท่ากับจำนวนที่ต้องการหรือที่เราคุ้นเคยกันในชื่อ lot for lot หรือ L4L แต่ทั้งนี้และทั้งนั้นคุณภาพของคำตอบของ L4L อาจจะดีกว่าวิธีการของ Silver and Meal ได้หากค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บต่อชิ้นต่อคาบเวลามีค่าสูงมากเมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บ

นอกจากฮิวริสของ Silver and Meal ซึ่งใช้ค่าเฉลี่ยของค่าใช้จ่ายด้านวัสดุคงคลัง (ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ/ผลิต รวมกับค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บต่อชิ้นต่อหน่วย) หารด้วยจำนวนคาบเวลาที่ทำการรวมความต้องการเพื่อผลิตในคาบเวลาหนึ่งล่วงหน้า ยังมีวิธีการที่คล้ายคลึงกันแต่ต่างกันตรงที่ หาค่าเฉลี่ยของค่าใช้จ่ายด้านวัสดุคงคลังหารด้วยจำนวนหน่วยที่ทำการผลิต แทน โดยจะทำการเพิ่มขนาดการผลิตขึ้นไปเรื่อย ๆตราบใดที่ค่าเฉลี่ยนี้ยังลดลงเรื่อยๆ วิธีการนี้เรียกว่า Lease Unit Cost (LUC). นอกจากนี้ยังมีวิธีการอื่นๆ ที่ใช้ในการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม เช่น Part Period Balance (PPB) โดยขนาดการผลิตที่ได้จากวิธี PPB เกิดจากการเพิ่มขนาดการผลิตขึ้นไปเรื่อย ๆจากความต้องการของคาบเวลาล่วงหน้าตราบใดที่ ค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บยังน้อยกว่าค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ ถึงแม้จะมีหลากหลายวิธีแต่ก็ไม่สามารถสรุปได้ว่าวิธีในการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมแบบฮิวริสติกวิธีการใดวิธีการหนึ่งเป็นวิธีการที่ดีที่สุด ทั้งนี้คุณภาพของคำตอบในวิธีการหนึ่งๆ จะขึ้นอยู่กับ ความแปรปรวนของความต้องการในแต่ละคาบเวลา, สัดส่วนของค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือสั่งผลิต และค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บต่อชิ้นทั้งสามค่านี้จะส่งผลให้บางครั้งวิธีการใดวิธีการหนึ่งอาจจะดีกว่าวิธีการใดวิธีการหนึ่ง หรืออาจจะกล่าวได้ว่าคุณภาพของคำตอบของวิธีการต่างๆ มีความเหมาะสมกับปัญหาเฉพาะปัญหานั้นๆ ไม่จำเป็นเสมอไปว่าวิธีการใด จะดีกว่าวิธีการใด

3.2.2 วิธีการแก้ปัญหาสำหรับปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าชนิดหลายชนิด

เนื่องจากปัญหานี้เป็นปัญหาที่มีความซ้ำซ้อนกว่าปัญหา USLS และ CSLS ดังนั้นจึงเป็นปัญหาที่ท้าทายสำหรับนักวิจัยจำนวนมากโดยที่ วิธีการฮิวริสติกที่พัฒนาสำหรับปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมสำหรับสินค้าหลายชนิดนี้ส่วนใหญ่จะมีพื้นฐานมาจาก ฮิวริสติกที่ได้พัฒนามาสำหรับสินค้าชนิดเดียว เช่น Dixon and Silver [23] ใช้หลักการเดียวกับ วิธีการของ Silver and Meal โดยจะเลือกสิ้นค้าชนิดหนึ่งทำการหาขนาดการผลิตก่อนจนเสร็จแล้วจึงเลือกสินค้าชนิดถัดไปมาหาขนาดการผลิตทำเช่นเดียวกันนี้ไปจนสินค้าทุกชนิดทราบขนาดการผลิตที่เหมาะสม โดยการเลือกสินค้าชนิดใดมาทำการหาขนาดการผลิตก่อนขึ้นอยู่กับ ว่าสินค้าชนิดใด มีอัตราส่วนค่าใช้จ่ายในการคงคลังวัสดุ (ค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อ/สั่งผลิต รวมกับค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บ) หารด้วยเวลา ต่อจำนวนทรัพยากรที่ใช้ในการผลิตมากที่สุด

Dixon et al. [24] ได้พัฒนาวิธีการ แก้ปัญการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าหลายชนิดแบบมีข้อจำกัดด้านทรัพยากร โดยอนุญาติให้มีการทำงานล่วงเวลาได้หากสามารถประหยัดค่าใช้จ่ายในการคลังวัสดุได้มากกว่าค่าใช้จ่ายที่เพิ่มขึ้นจากการทำงานล่วงเวลา วิธีการที่พัฒนาขึ้นมีพื้นฐานมาจากวิธีการของ Silver and Meal [22] นอกจาก Dixon et al. [24] ได้ทำการเพิ่มขอบเขตของปัญหามาตรฐานแล้ว Trigeiro [25] ยังได้พัฒนาวิธีการแก้ปัญหาหากเกิดกรณีที่ เวลานำในการผลิตมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ และเช่นเดิมวิธีการที่พัฒนาขึ้นมีพื้นฐานมาจากวิธีการของ Silver and Meal [22]

Dogmaraci et al. [26] พัฒนาคำตอบโดยเริ่มจากวิธี L4L หรือการผลิตเท่ากับจำนวนความต้องการจากนั้นทำ

การรวมขนาดการผลิตอัตราส่วนแบบต่างๆ ลักษณะคล้ายๆ กันแต่ใช้แบบของอัตราส่วนที่ต่างกันถูกพัฒนาขึ้นโดย Maes and Van Wassenhove [27] จากนั้น Maes and Van Wassenhove [28,29,30] กล่าวว่า วิธีการของ Dogmaraci et al. [26] ได้คุณภาพคำตอบที่ดีกว่า Maes and Wassenhove [30] เล็กน้อย แต่ใช้เวลาในการคำนวณนานกว่า นอกจากนี้คุณภาพของคำตอบที่ได้ยัง ขึ้นอยู่กับโครงสร้างของค่าใช้จ่ายต่างๆ และความจำกัดของทรัพยากรที่มี

Günther [31] เป็นอีกบุคคลหนึ่งที่พัฒนาลำดับขั้นการแก้ปัญหาซึ่งเริ่มจากวิธีการ L4L โดย Günther พยายามที่จะเกลี่ยการใช้ทรัพยากรในแต่ละคาบเวลาให้ใกล้เคียงกันมากที่สุดโดยรวมหรือแยกปริมาณความต้องการของคาบเวลาใดๆ ไปผลิตในคาบเวลาอื่นๆ นั้นจะพิจารณาจากอัตราส่วนของการประหยัดต้นทุน

Kirca and Kökten [32] พัฒนาวิธีการแก้ปัญหาสำหรับ CMLSL โดยวิธีการที่พัฒนาขึ้นจะเลือกสินค้าหรือชิ้นส่วนที่มีค่าเฉลี่ยของค่าใช้จ่ายคลังวัสดุต่อปริมาณความต้องการมากที่สุดมาทำการหาขนาดการผลิตก่อน โดยในการหาขนาดการผลิตของสินค้าชนิดนั้น จะต้องคำนึงถึงทรัพยากรที่มี โดยทำการแบ่งทรัพยากรให้สินค้าชนิดนั้นตามปริมาณที่เหมาะสมแล้วจึงทำการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าชนิดนั้น เมื่อสินค้าชนิดนั้นถูกหาขนาดการผลิตแล้วจะเลือกสินค้าชนิดต่อไปตามเงื่อนไขเดิม เพื่อนำมาหาขนาดการผลิตและกระทำเช่นเดียวกันนี้จนกระทั่งสินค้าทุกชนิดได้ขนาดการผลิตที่เหมาะสม Kirca and Kökten ได้เปรียบเทียบคุณภาพของคำตอบกับวิธีการอื่นๆ ที่ตีพิมพ์ก่อนหน้าผลปรากฏว่าวิธีการนี้มีคุณภาพของคำตอบที่ดีกว่ามากเมื่อใช้เวลาในการคำนวณใกล้เคียงกัน

ฮิวริสติกจำนวนหนึ่งนำเอาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ 1 มาลดข้อจำกัดบางชนิดออกเพื่อให้สามารถแก้ปัญหาได้เร็วขึ้น หรือเพื่อทำให้ปัญหาเหล่านั้นไม่เป็นปัญหา NP-hard ซึ่งจะสามารถแก้ปัญหานั้นได้รวดเร็วขึ้น และ Maes and Van Wassenhove [27] ได้กล่าวว่า ฮิวริสติกที่พัฒนาด้วยวิธีการนี้ มีคุณภาพคำตอบที่ดีกว่าฮิวริสติกที่พัฒนามาด้วยวิธีเฉพาะ Belvaux and Wolsey [33,34], Stadler [35] คือตัวอย่างของงานวิจัยที่ประสบความสำเร็จกับการใช้วิธีการลดข้อจำกัด บางส่วน Hung and Hu [36] เริ่มต้นจากการให้เริ่มต้นการผลิตในทุกคาบเวลาจากนั้นทำการตัดสินใจว่าคาบเวลาใดเหมาะที่จะไม่มีการผลิตโดยใช้ค่าคงที่ในการแก้ปัญหาราคาเงา (shadow price) เป็นเกณฑ์ในการพิจารณา Newson [37,38] เริ่มต้นจากการไม่คิดข้อจำกัดด้านทรัพยากรในการหาคำตอบจากนั้นทำการเพิ่มข้อจำกัดเข้าไปหลังจากได้คำตอบเริ่มต้นทีละส่วนของคำตอบและทำการปรับเปลี่ยนคำตอบจนกระทั่งได้คำตอบที่ได้พิจารณาข้อจำกัดด้านทรัพยากร

3.2.3 วิธีการแก้ปัญหาสำหรับปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมเมื่อมีสินค้าหลายชนิดและมีหลายระดับขั้น

วิธีการที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหาสำหรับแบบนี้ จะเริ่มต้นด้วยการให้ ฮิวริสติกสำหรับปัญหาที่มีสินค้าหลายชนิดแบบไม่มีระดับชั้นแต่ค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บหรือเริ่มต้นการผลิตใช้ผลรวมของค่าใช้จ่ายของสินค้าหรือชิ้นส่วนทุกชนิดที่มีความสัมพันธ์กับสินค้าชนิดนั้น (modified cost) ตัวอย่างงานวิจัยที่ประสบความสำเร็จในการใช้วิธีการเช่น Blackburn and Millen [39], Bookbinder and Koch [40], Tempelmeier and Helber [41], Harrison and Lewis [42] จากนั้น Katok et al. [43] ได้นำวิธีการเดียวกันนี้ใช้สำหรับ การหาขนาดการผลิตแบบที่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากร ซึ่งวิธีการหา modified cost ที่ประสบความสำเร็จสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จาก Dellaert and Jeunet [44] และ Pitakaso et al. [45,46]

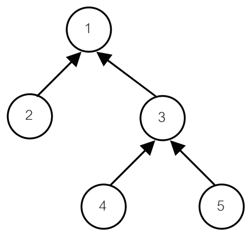
3.3 วิธีการแก้ปัญหาแบบ เมตาฮิวริสติก (Meta-Heuristic)

วิธีการเมตาฮิวริสติกมีวัตถุประสงค์เพื่อแก้ปัญหาที่มีขนาดใหญ่ และยาก ดังนั้น วิธีการเมตาฮิวริสติกที่พัฒนาเพื่อแก้ปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมทั้งหมดจึงพัฒนาเพื่อแก้ปัญหาการหาขนาดการผลิตที่มีสินค้าหลายชนิดและมีความสัมพันธ์กันเป็นลำดับชั้น ซึ่งวิธีที่พัฒนาขึ้นมามีทั้งแบบที่มีข้อจำกัดและไม่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากร

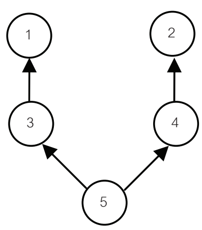
วิธีการที่พัฒนาขึ้นส่วนใหญ่จะเริ่มต้นด้วยการแยกหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมของสินค้าครั้งละชนิด แล้วจึงนำผลคำตอบมารวมกันอีกครั้งหนึ่ง แต่เนื่องจากปัญหาแบบ MLLS นี้ สินค้าแต่ละชนิดมีความสัมพันธ์กันจึงทำให้หากแยกสินค้าแต่ละชนิดมาหาขนาดการผลิตอาจจะ

ทำให้ความสัมพันธ์นั้นไม่ได้ถูกนำมาคิดด้วย และจะทำให้ได้คำตอบที่ไม่ดีเท่าที่ควร ความสัมพันธ์ของสินค้าแต่ละชนิดสามารถโครงสร้างผลิตภัณฑ์พื้นฐาน (Basic Product Structure) โดยทั่วไปแบ่งออกเป็น 3 ประเภท Bookbinder and Koch [60]

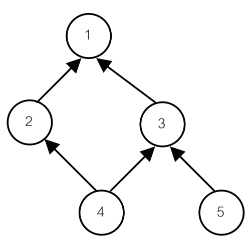
1. Assembly system ผลิตภัณฑ์สำเร็จรูปมีเพียงชิ้นเดียวแต่มีหลายส่วนประกอบ
2. Serial system แต่ละชิ้นส่วนมีส่วนประกอบไม่เกิน 1 ชิ้น
3. General system แต่ละชิ้นส่วนสามารถมีส่วนประกอบได้หลายชิ้น



a. โครงสร้างผลิตภัณฑ์แบบ Assembly system



b. โครงสร้างผลิตภัณฑ์แบบ Serial system



c. โครงสร้างผลิตภัณฑ์แบบ General system

รูปที่ 1 โครงสร้างผลิตภัณฑ์พื้นฐาน

จากรูปที่ 1 (c) สามารถเขียนเป็นเซตโครงสร้างผลิตภัณฑ์ได้ว่า $\Gamma^{-1}(1) = \{2, 3\}$; $\Gamma^{-1}(3) = \{4, 5\}$ และ $\Gamma(2) = \{1\}$; $\Gamma(3) = \{1\}$; $\Gamma(4) = \{2, 3\}$; $\Gamma(5) = \{3\}$ เป็นต้น ดังนั้นกำหนดค่าพารามิเตอร์ เมื่อ $\Gamma^{-1}(\ )$ คือ เซตของส่วนประกอบลูก และ $\Gamma(\ )$ คือ เซตของส่วนประกอบพ่อแม่ ตามหลักการโครงสร้างข้อมูลแบบต้นไม้ (Tree structure) Dellaert and Jeunet [47]

วิธีการที่ใช้ในการหาขนาดการผลิตของสินค้าประเภทนี้จะเริ่มหาขนาดการผลิตของชิ้นส่วนที่อยู่บนสุดของโครงสร้างผลิตภัณฑ์ก่อน เช่นในรูป 1(a) จะทำการหาขนาดการผลิตของสินค้าชนิด ที่ 1 ก่อนเนื่องจากเป็นสินค้าที่ทราบปริมาณความต้องการจากแหล่งภายนอกเท่านั้น ส่วน สินค้าชนิดที่ 2,3 นั้นต้องรอจนกระทั่งได้ขนาดการผลิตของสินค้าชนิดที่ 1 เสียก่อนจึงจะทราบปริมาณความต้องการทั้งหมดทั้งนี้และทั้งนั้น สินค้าชนิดที่ 2,3,4 หรือ 5 อาจจะมีความต้องการซื้อจากภายนอกเช่นกันดังที่ได้อธิบายไปแล้วในส่วนที่ 1 ของบทความเรื่องนี้

จะเห็นได้ว่าความต้องการของสินค้าชนิดที่ 2 และ3 นั้นจะขึ้นอยู่กับขนาดการผลิตของสินค้าชนิดที่ 1 ดังนั้นขนาดการผลิตสินค้าชนิดที่ 1 จะส่งผลต่อขนาดการผลิตสินค้าชนิดที่ 2 และ 3 และขนาดการผลิตของสินค้าชนิดที่ 3 จะส่งผลกับขนาดการผลิตของสินค้าชนิดที่ 4 และ 5 ตามลำดับ หรืออาจจะกล่าวได้ว่าขนาดการผลิตสินค้าชนิดที่ 1 ส่งผลกับขนาดการผลิตของสินค้าชนิดที่ 4 และ 5 เช่นกัน ฉะนั้นขณะที่หาขนาดการผลิตสินค้าชนิดที่ 1 ควรจะนำผลที่จะจะเกิดขึ้นในอนาคตเช่น หากเริ่มทำการผลิตในคาบเวลาใด ๆของสินค้าชนิดที่1 จะส่งผลให้สินค้าชนิดที่ 2,3,4 และ 5 มีความต้องการซึ่งอาจจะส่งผลให้เกิดการผลิตและเสียค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ/ผลิต

หากค่าใช้จ่ายในการจัดสั่งซื้อหรือผลิตของสินค้าชนิดที่ 1 มีค่าน้อยหากเปรียบเทียบกับค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บ สินค้าชนิดที่1จะพยายามผลิตในทุกคาบเวลา ซึ่งหากทำการผลิตบ่อยจะทำให้ความต้องการของสินค้าชนิดอื่นๆ มีจำนวนมากไปด้วย ซึ่งอาจจะทำให้เกิดการเริ่มการผลิตได้ หากสินค้าชนิดที่ 4 หรือ 5 มีค่าใช้จ่ายในการสั่งผลิต/ซื้อสูงเมื่อมีความต้องการมากครั้งก็ส่งผลให้โอกาสที่จะเริ่มการผลิตมีค่าสูง ซึ่งจะส่งผลต่อเนื่องให้ค่าใช้จ่ายสูงด้วย ดังนั้นนักวิจัยส่วนใหญ่ที่พัฒนาวิธีการเมตาฮิวริสติกเพื่อแก้ปัญหาประเภทนี้จะนำค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ/ผลิตของสินค้าที่อยู่ระดับล่างในโครงสร้างผลิตภัณฑ์มารวมอยู่

ด้วย(มีทั้งรวมบางส่วนและรวมทั้งหมด)

Blackburn และ Millen [39] ได้นำเสนอวิธีการปรับค่าใช้จ่ายด้านพัสดุคงคลัง (ค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บ และค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือสั่งผลิต) โดยมีการรวมค่าใช้จ่ายทั้งหมดของสินค้าที่เป็นสินค้าลูกทั้งทางตรงและทางอ้อม และวิธีการดังกล่าวได้ถูกจำกัดการใช้สำหรับโครงสร้างผลิตภัณฑ์ที่เป็นแบบผลิตภัณฑ์สำเร็จรูปมีเพียงชิ้นเดียวแต่มีหลายส่วนประกอบ จากนั้น Bookbinder and Koch [48] ได้พัฒนาวิธีการปรับค่าใช้จ่ายเพื่อให้ใช้ได้กับโครงสร้างผลิตภัณฑ์แบบทั่วไป จากนั้นในปี 2003 Dellaert and Jeunet [44] ได้พัฒนาวิธีการที่รวมค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือผลิตของสินค้าลูกบางส่วนโดยใช้ผลค่าตัวเลขสุ่มในการมาคูณค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือสั่งผลิตของสินค้าลูกทั้งหมดและค่าใช้จ่ายนี้ยังสำหรับสินค้าชนิดเดียวกัน ในคาบเวลาที่ต่างกันอาจจะมีค่าไม่เหมือนกันก็ได้ ขึ้นอยู่กับว่าสินค้าที่เป็นพ่อและแม่ของสินค้าชนิดหนึ่งๆ ซึ่งอาจจะมีได้หลายพ่อและแม่นั้น มีการสั่งซื้อหรือสั่งผลิตในคาบเวลานั้นๆ หรือไม่ วิธีการนี้ถูกเรียกว่า randomize time varying set up cost และ จากผลการทดลองพบว่าวิธีการนี้ได้พัฒนาคำตอบจากวิธีการปรับปรุงค่าใช้จ่ายแบบเดิม ๆที่ Bookbinder and Koch [48] ได้พัฒนาขึ้น

ล่าสุด Pitakaso et al. [45] ได้ปรับปรุงวิธีการของ Delleart and Jeunet [44] ด้วยการใช้ค่าตัวเลขสุ่มไม่คงที่สำหรับสินค้าแต่ละชนิดขึ้นอยู่กับว่าสินค้าชนิดนั้นอยู่ระดับใดของโครงสร้างผลิตภัณฑ์และยังมีการใช้วิธีการใช้ตัวเลขสุ่มนี้โดยจะเลือกตัวเลขสุ่มที่ให้ค่าคำตอบดีที่สุดใน 20 รอบแรก จากนั้นทำการปรับปรุงค่าตัวเลขค่านี้ 5% ทั้งทางบวกและลบหรือให้มีค่าคงที่ จนกระทั่งได้ค่าตัวเลขที่ดีที่สุดพร้อมคำตอบที่ดีที่สุดหลังจากทำการทดลองเสร็จสิ้นใจแต่ปัญหาตัวอย่าง และจากการทดสอบด้วยปัญหาตัวอย่างทั้งหมดวิธีการของ Pitakaso et al. [45] ได้คำตอบที่ดีกว่าวิธีการที่ Delleart and Jeunet พัฒนาขึ้น

แต่อย่างไรก็ตามผู้อ่านควรจะระลึกเสมอว่า ต้นทุนที่ปรับ (modified cost) นี้เป็นเพียงต้นทุนที่ใช้ในการคำนวณหาขนาดการผลิตเท่านั้นส่วนต้นทุนจริงที่คำนวณค่าใช้จ่ายของแผนการผลิตหนึ่งๆ ยังใช้ต้นทุนเดิมอยู่

การใช้วิธีการปรับค่าต้นทุนเพื่อคำนวณนี้มักจะใช้ร่วมกับการพัฒนาเมตาฮิวริสติกเช่น Delleart and Juenet [47] ใช้วิธีการนี้ร่วมกับ วิธีการทางพันธุกรรม (Genetic algorithm: GA) โดยใช้ค่าตัวแปรแบบไบนารี่ในการแทนค่าคำตอบว่าจะผลิตหรือไม่ผลิต ความต้องการในคาบเวลานั้นๆ นอกจากนั้น และวิธีการนี้ใช้สำหรับโครงสร้างผลิตภัณฑ์แบบ serial system และ assembly system จากนั้น Delleart and Juenet [49] ได้พัฒนาวิธีการ GA สำหรับปัญหาที่มีโครงสร้างแบบ General system

Kuik and Salomon [50] ใช้วิธีการเลียนแบบการอบอ่อน (simulated annealing algorithm) จากนั้น Jeunet and Jonard [51] นำเสนอวิธีการที่ใช้เมตาฮิวริสติกหลายชนิดร่วมกัน เช่น simulated Annealing, Simulated Tempering และ hill climbing จากนั้น Yi Han et al. [52] ได้พัฒนาวีธีการ Particle Swam Optmization (PSO) แต่วิธีการนี้พัฒนาขึ้นมาใช้เฉพาะสำหรับโครงสร้างการประกอบ (Assembly system) เท่านั้น และ Pitakaso et al. [46] ได้พัฒนาวิธีการ ระบบมดแบบมีข้อจำกัดสูงสุด ต่ำสุด (Max-Min Ant System :MMAS) โดยให้ความสนใจกับลำดับของสินค้าที่ได้รับการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม โดยใช้ MMAS ในการ หาลำดับของสินค้าที่จะได้รับการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม และใช้วิธีการ WW ในการหาขนาดการผลิตของสินค้าแต่ละชนิด และคำตอบที่ได้ เป็นคำตอบที่ดีที่สุดเมื่อเทียบกับงานวิจัยที่ตีพิมพ์ไปก่อนหน้านี้

วิธีที่ได้กล่าวไปแล้วเป็นวิธีที่ใช้ในกรณีที่ไม่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากร วิธีการเมตาฮิวริสติกที่ได้รับการพัฒนามาใช้สำหรับกรณีที่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากรนั้นเริ่มต้นในปี 2002 โดย Xie and Dong [53] ซึ่งได้พัฒนาวิธีการ GA ร่วมกับฮิริสติกอย่างง่ายในการเลือกขนาดการผลิตที่เหมาะสม จากนั้น Berretta et al. [54] พัฒนาวิธีการ เมเมติก อัลกอลิทึ่ม (memetic algorithm) ซึ่งเป็นวิธีที่คล้ายกับ GA แต่มีการเพิ่มการค้นหาเฉพาะที่ (local search) เข้าไปเป็นกลยุทธ์ในการพัฒนาคำตอบและมีออกแบบวิธีการในการคงอยู่ของคำตอบที่หลากหลายทำให้คำตอบที่ได้ มีคำตอบที่ดีและมีคุณภาพ หลังจากนั้น Pitakaso et al. [45] ได้สร้างวิธีการที่เป็นการทำงานร่วมกันระหว่าง MMAS กับ วิธีการที่การหาค่าคำตอบที่ดีที่สุด (exact method) โดยที่ Pitakaso et al. [45] ใช้วิธีการนำปัญหาทั้งหมดซึ่งมีขนาดใหญ่มาแยกย่อยด้วยกลยุทธ์การกระจายจำนวนทรัพยากรตามความจำเป็น

ของแต่ละคาบเวลาและมีการทำให้ปัญหาย่อยเหล่านั้นมีความเหลื่อมล้ำกัน เพื่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนข้อมูลซึ่งกันและกัน จากนั้นแก้ปัญหาย่อยนั้นด้วยซอฟแวร์ CPLEX ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ใช้หาค่าที่ดีที่สุด และเมื่อทุกปัญหาย่อยถูกแก้จะได้คำตอบสำหรับปัญหาใหญ่ซึ่งเป็นงานวิจัยที่ได้ค่าคำตอบที่ดีมากเมื่อเทียบกับวิธีการอื่นๆ และล่าสุด Christian [55] ได้ใช้วิธีการทำงานร่วมกันระหว่าง MMAS กับexact method เช่นเดียวกับ Pitakaso et al. [45] แต่ไม่ได้มีการแยกย่อยปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย Christian ใช้โปรแกรมในการหาขนาดการผลิตและใช้ MMAS ในการหาคำตอบที่จะผลิตหรือไม่ผลิตตามความต้องการของสินค้านั้นในคาบเวลานั้นจากนั้นใช้ โปรแกรมสำเร็จรูปในการค้นหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม และ สุดท้ายมีการใช้ การค้นหาเฉพาะที่เพื่อปรับปรุงคำตอบด้วย ซึ่งผลการทดลองที่ได้จากการทดสอบในปัญหาขนาดเล็กและขนาดกลางเป็นวิธีการที่ให้คำตอบดีกว่าเมื่อเทียบกับวิธีอื่น ๆ ที่ผ่านมา และปัญหาขนาดใหญ่ก็ให้ผลดีเท่าๆ กับ งานวิจัยอื่นๆ

จากตารางตารางที่ 2 จะเห็นว่า 10 งานวิจัยจาก 15 งานวิจัยที่มีการตีพิมพ์หลังสุดมีการใช้วิธีการ meta heuristics เพื่อแก้ปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม ซึ่งแสดงให้เห็นถึงแนวโน้มของการนำวิธีการนี้มาใช้อย่างแพร่หลายในปัจจุบันต่อจากนั้นผู้เขียนได้นำข้อมูลในเชิงลึกของทั้ง 10 งานวิจัยที่ดำเนินการพัฒนาด้วยวิธีการ meta heuristic มาใช้ในกระบวนการหาคำตอบ จากผลการสรุปในตารางที่ 3 พบว่า 4 ใน 5 งานวิจัยล่าสุดได้นำเอา meta-heuristic ไปใช้ร่วมกับวิธีการอื่น ๆไม่ว่าจะเป็น exact method หรือ meta-heuristic ด้วยกันเอง ทั้งนี้เพื่อเป็นการเพิ่มเนื่องที่ในการค้นหาคำตอบที่ดีให้กับวิธีการของตนเองนั่นเอง และยังพบว่า 6 ใน 10 ของงานวิจัยทั้งหมดนั้นเป็นการดำเนินการใช้ meta-heuristic ร่วมกับวิธีการอื่นๆ เช่นเดียวกัน(จากตารางที่ 2)

4. สรุปและแนวทางการพัฒนางานวิจัย

ปัญหาการหาขนาดผลิตที่เหมาะสมเป็นปัญหาที่สำคัญที่สุดอย่างหนึ่งของการวางแผนการผลิตเนื่องจากขนาดการผลิตจะตอบคำถามนักวางแผนการผลิตมากกว่า คำตอบที่คาดหวังคือต้องผลิตสินค้าจำนวนเท่าไหร่ แต่ยังสามารถวางแผนการจัดเก็บวัสดุ การสั่งซื้อการจัดการกับข้อจำกัดด้านทรัพยากร ซึ่งในที่นี้หมายถึงการวางแผนการผลิตรวม การจัดตารางการผลิตหลัก การจัดการทรัพยากรการผลิต การจัดการวัตถุดิบ ซึ่งล้วนเป็นปัญหาที่ต้องการคำตอบของนักวางแผนการผลิตทุกคน

ตารางที่ 2 แสดงความแตกต่างของ 15 บทความที่มีการตีพิมพ์หลังสุดในการแก้ปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม

งานวิจัย	ปีที่ตีพิมพ์	วิธีการแก้ปัญหา	ชนิดของปัญหา
Almeder [55]	2009	Meta-heuristic	CMLLS
Yi Han et al. [52]	2009	Meta-heuristic	UMLLS
Pitakaso et al. [46]	2007	Meta-heuristic	UMLLS
Pitakaso et al. [45]	2006	Meta-heuristic	CMLLS
Jeunet and Jonard [51]	2006	Meta-heuristic	UMLLS
Stadtler [35]	2005	Heuristic	CMLLS
Berretta and Rodrigues [54]	2004	Meta-heuristic	CMLLS
Dellaert and Jeunet [44]	2003	Meta-heuristic	UMLLS
Xie and Dong[53]	2002	Meta-heuristic	UMLLS
Belvaux and Wolsey[33]	2001	Exact method	CMLLS
Van Hoesel and Wagelmans [15]	2001	Heuristic	CSLS
Dellaert and Jeunet [49]	2000	Meta-heuristic	UMLLS
Dellaert et al. [47]	2000	Meta-heuristic	UMLLS

งานวิจัย	ปีที่ตีพิมพ์	วิธีการแก้ปัญหา	ชนิดของปัญหา
Belvaux and Wolsey	2000	Exact method	CMLLS
Webster [7]	1999	Heuristic	CSLS

ตารางที่ 3 แสดงการเปรียบเทียบการประยุกต์ใช้ meta-heuristic ในรูปแบบต่างๆ กันของงานวิจัยที่ 10 เรื่องจาก 15 เรื่องที่แสดงในตารางที่ 2

งานวิจัย	ประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาชนิดเดียว	ประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหามากกว่า 1 ชนิด	วิธีการที่เลือกใช้
Almeder [55]		√	MMAS, Exact Method
Yi Han et al. [52]	√		PSO
Pitakaso et al. [46]		√	MMAS, exact method
Pitakaso et al. [45]		√	MMAS, Exact method
Jeunet and Jonard [51]		√	SPSS, SA HC
Berretta and Rodrigues [54]	√		MA
Dellaert and Jeunet [44]	√		GA
Xie and Dong[53]	√		GA
Dellaert and Jeunet [49]		√	GA, SPSS
Dellaert et al. [47]		√	GA, SPSS

SPSS= Single point stochastic search, GA=Genetic algorithm, SA= Simulated Annealing, HC= Hill climbing, MA=Memetic algorithm, PSO=Particle Swarm Optimization.

วิธีการที่ถูกใช้ในการหาขนาดการผลิตมีทั้งวิธีที่ได้คำตอบที่ดีที่สุด (optimal solution) ซึ่งใช้สำหรับปัญหาที่มีขนาดเล็ก และมีความซับซ้อนของปัญหาที่ไม่มากนัก เช่น วิธีการของ Wagner และ Whitin (WW) ซึ่งเป็นวิธีการ ที่มีชื่อเสียงมากที่สุดของการจัดการกับปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมสำหรับสินค้าชนิดเดียวแบบไม่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากร เมื่อมีข้อจำกัดด้านทรัพยากร วิธีการของ Wagner และ Whitin (WW) ไม่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ แต่ยังถูกนำมาใช้เป็นวิธีการหาคำตอบเบื้องต้นเพื่อนำไปพัฒนาหาคำตอบขนาดการผลิตภายใต้ข้อจำกัดต่างๆ นอกจากนั้นยังมีวิธีการ ฮิวริสติกแบบอื่นๆ ที่นำมาใช้เพื่อใช้หาคำตอบเริ่มต้นสำหรับปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมกรณีมีข้อจำกัดด้านทรัพยากร เช่น วิธีการของ Silver และ Meal (SM) ซึ่งใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่า วิธีการ WW คุณภาพคำตอบเริ่มต้นอาจจะไม่ดีเท่ากับ WW แต่ก็ดีเพียงพอสำหรับการหาคำตอบเริ่มต้น

วิธีการ WW และ SM นี้เป็นวิธีการแก้ปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าชนิดเดียว ที่ไม่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากร และเป็นที่นิยมมากที่สุดในการพัฒนาสำหรับปัญหาที่มีความซับซ้อนไม่มากนัก ในปัญหาที่มีความซับซ้อนมากๆ เช่น ปัญหาการหาขนาดการผลิตสำหรับสินค้าหลายชนิดที่มีหลายระดับชั้น หรือ MLLS นั้นมีวิธีการ เมตาฮิวริสติกเป็นวิธีการที่นิยมนำมาใช้มากที่สุด เช่น โดยวิธีการที่ได้รับการอ้างอิงมากที่สุดคือวิธีการของ Tempelmeier and Helber [41] ได้สร้างปัญหาตัวอย่างมาตรฐานขึ้นมาเพื่อทดสอบวิธีการของพวกเขาเองและได้รับการนำมาทดลองจากนักวิจัยอีกมาก

มาก เช่น Dellaert and Jeunet [49] ได้พัฒนาวิธีการเชิงพันธุกรรม (Genetic algorithm :GA) มาใช้ในการหาคำตอบและได้เปรียบเทียบกับวิธีการของ Tempelmeier and Helber [41] และคำตอบที่ได้มีคุณภาพของคำตอบที่ดีกว่าวิธีการเดิม จากนั้น ในปี 2005 Jeunet and Jonard [51] ได้พัฒนาวิธีการในการพัฒนาคำตอบจาก GA พื้นฐานมีการปรับปรุงคำตอบด้วยวิธีการต่าง ๆ ที่เรียกว่า Single bit mutation ซึ่งเป็นการปรับเปลี่ยนยีนส์ภายในโครโมโซม ซึ่งคำตอบที่ได้จึงมีคุณภาพที่ดีกว่า GA ที่พัฒนามาก่อนหน้าที่

วิธีการที่ได้คำตอบที่ดีที่สุดในปัจจุบันได้รับการพัฒนาจาก Pitakaso et al. [46] ใช้วิธี ระบบมดแบบมีข้อจำกัดบน-ล่าง (Max-Min Ant System : MMAS) ซึ่งได้คุณภาพของคำตอบที่ดีภายในระยะเวลาเท่าๆ กับเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธีการอื่นๆ นอกจากนั้น Pitakaso et al. [45] ยังได้พัฒนาวิธีการที่ดีเพื่อแก้ปัญหาที่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากร และได้คำตอบที่มีคุณภาพสูง ซึ่งล่าสุด Christian [2] ได้พัฒนาวิธีการที่ใช้กลยุทธ์ในการแยกปัญหาออกเป็นเป็นปัญหาย่อยๆ และแก้ด้วยวิธีการที่ได้คำตอบที่ดีที่สุดโดยผลการทดลองจากกลุ่มปัญหาทั้งหมดพบว่าในปัญหาที่มีขนาดเล็ก Christian [55] ได้คำตอบที่ดีที่สุด เมื่อเทียบกับวิธีการอื่นๆ สำหรับปัญหาที่มีขนาดใหญ่ Pitakaso et al. [45] เป็นวิธีการที่ได้คำตอบที่ดีที่สุดอยู่

สำหรับผู้ที่สนใจในการหาวิธีเพื่อแก้ปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม แนวทางการพัฒนาวิธีการ เมตาฮิวริสติกสำหรับปัญหาที่ไม่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากรแต่มีสินค้าหลายชนิดและมีหลายระดับชั้น การนำเมตาฮิวริสติกหลายๆ วิธีมาทำงานร่วมกัน โดยวิธีการที่พัฒนาขึ้นมาใหม่จะต้องนำข้อดี ของแต่ละวิธีมารวมกันและใช้สนับสนุนซึ่งกันและกัน ซึ่งเมตาฮิวริสติกที่มีการใช้งานร่วมกันหลาย ๆวิธีนี้กำลังเป็นที่นิยมในนักพัฒนาวิธีการเมตาฮิวริสติก ส่วนปัญหาที่มีข้อจำกัดด้านทรัพยากร เนื่องปัญหานี้มีความซับซ้อนมาก วิธีการแยกปัญหาซึ่งมีความยากและซับซ้อนเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือที่เรียกว่า Decomposition แล้วแก้ปัญหาย่อยๆ นั้น ด้วยวิธีการที่ได้คำตอบที่ดีที่สุด จากนั้นนำคำตอบที่ได้จากคำตอบของปัญหาย่อยๆ เหล่านั้น มารวมกันหรือที่เรียกว่า consolidation แต่การนำข้อมูลจากปัญหาย่อยหนึ่งๆ ไปใช้เพื่อการตัดสินใจในปัญหาอื่นๆ เช่นจะมีการกระจายทรัพยากรให้ปัญหาย่อยๆ เหล่านั้นอย่างไร หรือการให้ขนาดการผลิตในปัญหาย่อยหนึ่งมีผลกับอีกปัญหาย่อยหนึ่ง นั้นมีผู้คิดวิธีการมาหลากหลายวิธีซึ่งการพัฒนาวิธีการแบบนี้เป็นงานวิจัยส่วนหนึ่งที่น่าสนใจในการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง

ปัญหาการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสมยังเป็นปัญหาที่ยังมีผู้พัฒนาวิธีการหาคำตอบอย่างต่อเนื่อง และเป็นงานวิจัยที่สามารถแก้ปัญหาการวางแผนการผลิตได้เกือบทุกปัญหา ดังนั้นการทำการพัฒนาและวิจัยสำหรับปัญหานี้จึงยังมีประโยชน์และสามารถนำไปใช้ได้จริง

เอกสารอ้างอิง

[1] Florian, M., Lenstra, J.K., Rinnooy Kan, A.H.G. 1980. Deterministic Production Planning: Algorithms and Complexity. Management Science, 26 (7): 669-679.

[2] Florian, M., Klein, M. 1971. Deterministic Production Planning with Concave Costs and Capacity Constraints. Management Science, 18 (1): 12-20.

[3] Bitran, G.R., Yanasse, H.H. 1982. Computational Complexity of the Capacitated Lot Size Problem. Management Science, 28 (10): 1174-1186.

[4] Salomon, M., Kroon, L.G., Kuik, R., Van Wassenhove, L.N. 1991. Some Extensions of the Discrete Lotsizing and Scheduling Problem. Management Science, 37 (7): 801-812.

[5] Brüggemann, W., Jahnke, H. 1997. Remarks on: in Some Extensions of the Discrete Lotsizing and Scheduling Problem. Management Science, 43 (1): 122.

[6] Vanderbeck, F. 1998. Lot-Sizing with Start-Up Times. Management Science, 44 (10): 1409-1425.

[7] Webster, S. 1999. Remarks on: inSome Extensions of the Discrete Lotsizing and Scheduling Problem. Management Science, 45 (5): 768-769.

[8] Wagner, H.M. and Whitin, T.M. 1958. Dynamic version of the economic lot size model. Management Science, 5 : 89–96.

[9] Federgruen , A., Tzur, M. 1991. A Simple Forward Algorithm to Solve General Dynamic Lot Sizing Models with n Periods in O(n log n) or O(n) Time. Management Science, 37 (8): 909-925.

[10] Wagelmans, A., Van Hoesel, S., Kolen, A. 1992. Economic Lot Sizing: An O(n log n) Algorithm that Runs in Linear Time in the Wagner-Whitin Case. Operations Research, 40 (1): 145-S156.

[11] Aggarwal, A., Park, J.K. 1993. Improved Algorithms for Economic Lot Size Problems. Operations Research, 41 (3): 549-571.

[12] Shaw, D.X., Wagelmans, A.P.M. 1998. An Algorithm for Single-Item Capacitated Economic Lot Sizing with Piecewise Linear Production Costs and General Holding Costs. Management Science, 44 (6): 831-838.

[13] Lambrecht, M., Vander Eecken, J. 1978a. A Facilities in Series Capacity Constrained Dynamic Lot-Size Model. European Journal of Operational Research, 2: 42-49.

[14] Lambrecht, M., Vander Eecken, J. 1978b. A Capacity Constrained Single-Facility Dynamic Lot-Size Model. European Journal of Operational Research, 2: 132-136.

[15] Van Hoesel, C.P.M., Wagelmans, A.P.M. 2001. Fully polynomial approximation schemes for single-item capacitated economic lot-sizing problems. Mathematics of Operations Research, 26 (2): 339-357.

[16] Lippman, S.A. 1969. Optimal Inventory Policy with Multiple Set-Up Cost. Management Science, 16 (1): 118-138.

[17] Chung, C.S., Lin, C.H.M.1988. An O(T 2) algorithm for the NI/G/NI/ND capacitated lot size problem. Management Science, 34 (3): 420-426.

[18] Kirca, O. 1990. An efficient algorithm for the capacitated single item dynamic lot size problem. European Journal of Operational Research, 45: 15-24

[19] Pochet, Y., Wolsey, L.A. 1994. Polyhedra for Lot-Sizing with Wagner-Whitin Costs. Mathematical Programming, 67: 297-323.

[20] Cattrysse, D., Salomon, M., Kuik R., Van Wassenhove, L.N. 1993, A Dual Ascent and Column Generation Heuristic for the Discrete Lotsizing and Scheduling Problem with Setup Times. Management Science, 39 (4): 477-486.

[21] Van Hoesel, S., Kolen, A. 1994. A Linear Description of the Discrete Lot-Sizing and Scheduling Problem. European Journal of Operational Research, 75: 312-331.

[22] Silver, E.A. and Meal, H.C.1973. A heuristic for selecting lot size requirements for the case of a deterministic time-varying demand rate and discrete opportunities for replenishment. Production and Inventory Management, 14: 64–74.

[23] Dixon, P.S., Silver, E.A. 1981. A Heuristic Solution Procedure for the Multi-Item. Single Level, Limited Capacity, Lot-Sizing Problem. Journal of Operations Management, 2 (1): 23-39.

[24] Dixon, P.S., Elder, M.D., Rand, G.K., Silver, E.A. 1983. A heuristic algorithm for determining lot sizes of an item subject to regular and overtime production capacities. Journal of Operations Management, 3 (3): 121-130.

[25] Trigeiro, W., Thomas, L.J., McClain, J.O. 1989. Capacitated Lot Sizing with Set-Up Times. Management Science, 35 (3): 353-366.

[26] Dogramaci, A., Panayiotopoulos, J.C., Adam, N.R. 1981. The Dynamic Lot-Sizing Problem for Multiple Items under Limited Capacity. AIIE Transactions, 13 (4): 294-303.

[27] Maes, J., Van Wassenhove, L.N. 1986c. A Simple Heuristic for the Multi-Item Single Level Capacitated Lot Sizing Problem. Operations Research Letters, 4 (6): 265-273

[28] Maes, J., Van Wassenhove, L.N. 1986a. Multi-Item Single Level Capacitated Dynamic Lotsizing Heuristics: A Computational Comparison (Part I: Static Case). IIE Transactions, 18 (2): 114-123.

[29] Maes, J., Van Wassenhove, L.N. 1986b. Multi-Item Single Level Capacitated Dynamic Lotsizing Heuristics: A Computational Comparison (Part II: Rolling Horizon). IIE Transactions, 18 (2): 124-129.

[30] Maes, J., Van Wassenhove, L.N. 1988. Multi-Item Single-Level Capacitated Dynamic Lot Sizing Heuristics: A General Review. Journal of the Operational Research Society, 39 (11): 991-1004.

[31] Günther, H.O.1987. Planning Lot Sizes and Capacity Requirements in a Single Stage Production System. European Journal of Operational Research, 31: 223-231.

[32] Kirca, O., Kökten, M. 1994. A New Heuristic Approach for the Multi-Item Dynamic Lot Sizing Problem. European Journal of Operational Research, 75: 332-341.

[33] Belvaux, G., Wolsey, L.A. 2001. Modelling Practical Lot-Sizing Problems as Mixed-Integer Programs. Management Science, 47 (7): 993-1007.

[34] Belvaux, G., Wolsey, L.A. 2000. Bc-prod: A Specialized Branch-and-Cut System for Lot Sizing Problems. Management Science, 46 (5): 724-738.

[35] Stadtler, H. 2003. Multilevel lot sizing with set up times and multiple constrained resources: Internally rolling schedules with lot-sizing windows. Operations Research, 51 (3); 487-502.

[36] Hung, Y.F., Hu, Y.C. 1998. Solving mixed integer programming production planning problems with setups by shadow price information. Computers and Operations Research, 25 (12): 1027-1042.

[37] Newson, E.F.P. 1975a. Multi-Item Lot Size Scheduling by Heuristic Part I: with Fixed Resources. Management Science, 21 (10): 1186-1193.

[38] Newson, E.F.P. 1975b. Multi-Item Lot Size Scheduling by Heuristic Part II: with Variable Resources. Management Science, 21 (10): 1194-1203.

[39] Blackburn, J.D. and Millen, R.A. 1982. Improved heuristic performance in multi stage lot sizing systems. Management Science, 28: 44–56.

[40] Bookbinder, J.H., Koch, L.A. 1990. Production Planning for Mixed Assembly/Arborescent Systems. Journal of Operations Management, 9 (1): 7-23.

[41] Tempelmeier, H., Helber, S. 1994. A heuristic for dynamic multi-item multi-level capacitated lotsizing for general product structures. European Journal of Operational Research ,75: 296-311.

[42] Harrison, T.P., Lewis, H.S. 1996. Lot Sizing in Serial Assembly Systems with Multiple Constrained Resources. Management Science ,42 (1): 19-36.

[43] Katok, E., Lewis, H.S., Harrison, T.P. 1998. Lot Sizing in General Assembly Systems with Setup Costs. Setup Times, and Multiple Constrained Resources. Management Science, 44 (6): 859-877.

[44] Dellaert, N.P. and Jeunet, J. 2003. Randomized multi-level lot sizing heuristics for general product structures. European Journal of Operational Research, 148: 211–228.

[45] Pitakaso, R., Almeder, C., Doerner, K., Hartl, R. 2006. Combining population-based and exact methods for multi-level capacitated lot-sizing problems. International Journal of Production Research, 44 (22): 4755–4771.

[46] Pitakaso, R., Almeder, C., Doerner, K., Hartl, R. 2007. A max–min ant system for unconstrained multi-level lot-sizing problems. Computers & Operations Research, 34: 2533–2552.

[47] Dellaert, N., Jeunet, J., Jonard, N. 2000. A genetic algorithm to solve the general multi-level lot-sizing problem with time-varying costs. International Journal of Production Economics, 68: 241-257.

[48] Bookbinder, J.H.and Koch.1990,L.A.,Production planning for mixed assembly / arborescent systems. Journal of Operations Management, 9 : 7–23.

[49] Dellaert, N.P. and Jeunet, J. 2000. Solving large unconstrained multilevel lot-sizing problems using a hybrid genetic algorithm. International Journal of Production Research, 38, 1083–1099.

[50] Kuik, R. and Salomon, M. 1990. The multi-level lot-sizing problem: evaluation of a simulated annealing heuristic. European Journal of Operations Research, 45: 25–37.

[51] Jeunet, J. and Jonard, N. 2005. Single-point stochastic search algorithms for the multi-level lot-sizing problem. Computers & Operations Research, 32: 985–1006.

[52] Yi Han, Jiafu Tang, Iko Kaku, Lifeng Mu. 2009. Solving uncapacitated multilevel lot-sizing problems using a particle swarm optimization with flexible inertial weight. Computers and Mathematics with Applications, 57: 748-1755

[53] Xie, J., Dong, J. 2002, Heuristic Genetic Algorithms for General Capacitated Lot-Sizing Problems. Computers and Mathematics with Applications, 44: 263-276.

[54] Berretta R., Rodrigues L.F. 2004. A memetic algorithm for a multistage capacitated lot-sizing problem. International Journal of Production Economics, 87: 67-81.

[55] Almeder C. 2009. A hybrid optimization approach for multi-level capacitated lot-sizing problems. European Journal of Operational Research, article in press.

[56] Tempelmeier, H. and Derstroff, M. 1993. Mehrstufige Mehrprodukt-Losgroeßen planung bei beschr¨ankten Ressourcen und genereller Erzeugnisstruktur. OR Spektrum, 15: 63–73.

[57] Tempelmeier, H., Derstroff, M. 1996. A Lagrangean Based Heuristic for Dynamic Multilevel Multiitem Constrained Lotsizing with Setup Times, Management Science, 42 (5): 738-757.

[58] Kirca, O., Kökten, M. 1994. A New Heuristic Approach for the Multi-Item Dynamic Lot Sizing Problem. European Journal of Operational Research, 75: 332-341.

[59] Bahl, H.C., Ritzman, L.P. and J.N.D., Gupta. 1987. Determining lot sizes and resource requirements: a review. Operations Research, 35: 329–345.

[60] Kuik, R., Salomon, M., Van Wassenhove, L.N., Maes, J. 1993. Linear programming, simulated annealing and tabu search heuristics for lotsizing in bottleneck assembly system. IIE Transactions, 25 (1): 62-72.

[61] Kuik, R., Salomon, M., Van Wassenhove, L.N. 1994. Batching Decisions: Structure and Models. European Journal of Operational Research, 75: 243-263.

[62] Van Hoesel, C.P.M., Wagelmans, A.P.M. 1996. An O(T 3) algorithm for the economic lot-sizing problem with constant capacities. Management Science 42 (1): 142-150.